

平成26年9月26日(金) 9:50~15:00 北大院・工・量子理工

「核融合プラズマ科学特論」集中講義 磁場核融合プラズマの閉じ込め特性 (MHD平衡・安定性・輸送)

大学共同利用機関
自然科学研究機構 核融合科学研究所

渡邊 清政
北大院・工・量子理工学専攻・核融合科学講座(客員)



核融合科学研究所

核融合科学分野における国立の研究所で、岐阜県土岐市にある。核融合研究に関する大学共同利用機関で、自然科学研究機構を構成する研究所の1つ。

大学共同利用機関は、最先端の研究に必要で、個々の大学が単独で維持できない高度で大規模な研究施設を整備し、国内外の研究者に効果的な利用環境を提供しています。

核融合研の大規模な研究施設;

大型ヘリカル装置、スーパーコンピュータ

総合研究大学院大学の物理科学研究科・核融合科学専攻等が併設され、大学院の学生に対する教育も実施している。



自然科学研究機構

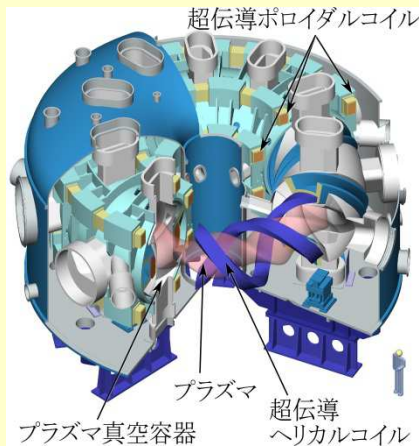


東京都三鷹市



ハワイに望遠鏡(スバル)

愛知県岡崎市



大型ヘリカル装置(LHD)
世界最大の超伝導核融合実験装置



核融合関連研究専用の
スーパーコンピュータ

目次

午前、午後前半

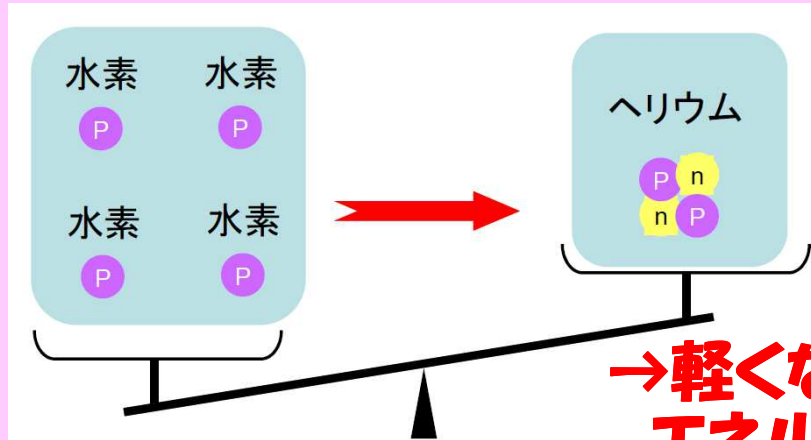
1. "核融合、プラズマ、磁場"の関係
2. 磁場核融合炉における「MHD」、「輸送」の役割
3. MHD平衡
4. MHD安定性
5. 輸送現象(粒子拡散を中心に)

午後後半(15時～);講演を兼ねて

6. ヘリカル型核融合実験装置/LHDの最近の実験成果と炉心プラズマ開発の展望

出欠;午前、午後前半、午後後半(15時～)の3回

核融合反応とは？



→軽くなって
エネルギーが出る

軽い原子核が衝突して合体
(融合)し、より重い原子
核になる反応。



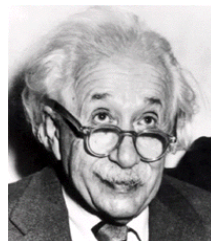
エネルギーと質量

$$\text{エネルギー} = \text{質量} \times \text{光速}^2$$
$$(E = mc^2)$$

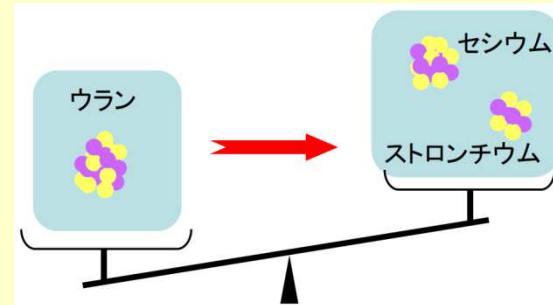
原子核反応(核融合、核分裂)

↓
質量が減少

↓
エネルギー



アインシュタイン

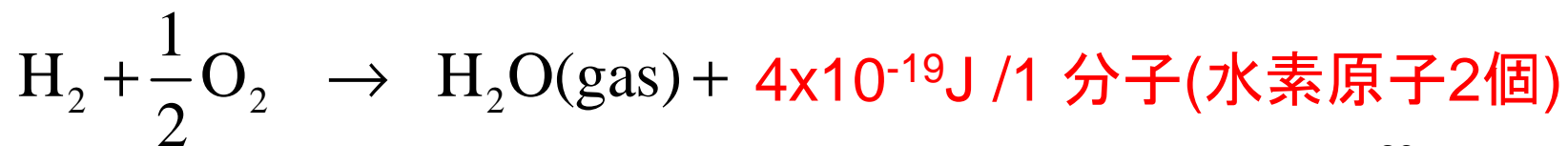
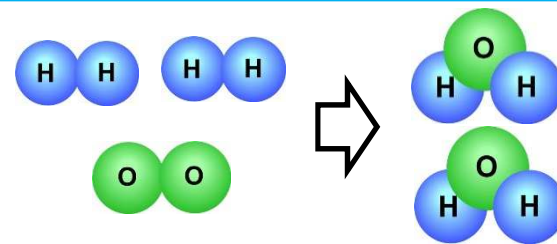
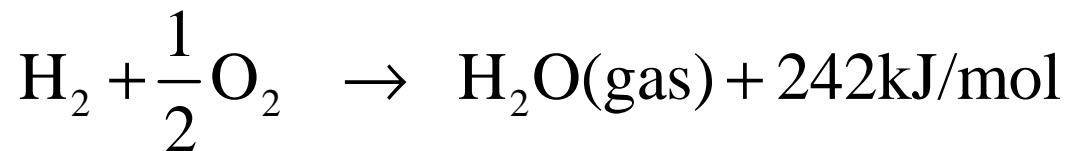


重い原子核が分裂し、より軽い
原子核になっても、
エネルギーが出る

核分裂反応(原子炉で実現)

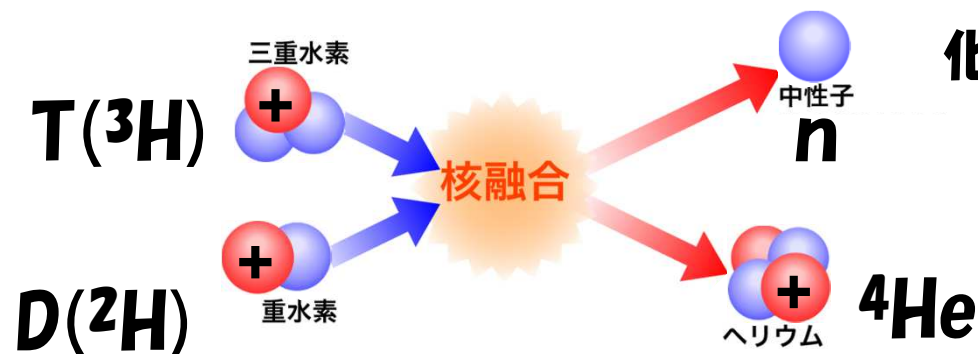
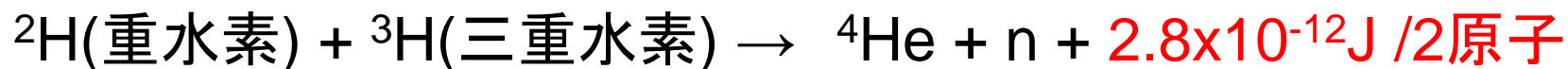
核融合反応とは：化学反応との比較

- 化学反応の場合（水素の燃焼）



$$N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ (1/mol)}$$

- 核融合の場合（D-T反応）



化学反応の1000万倍

核融合を起こすには？

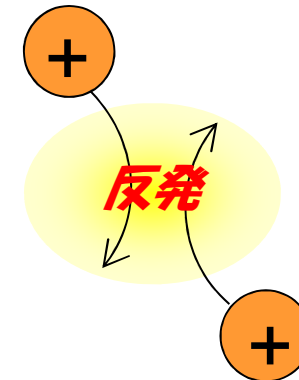
核力が働く近くまで、原子核を接近させる



原子核は+の電気を持つので、**電気的反発力で反発!**



反発力に打ち勝つには、**高速**でぶつけてやればよい。
つまり、**高温**にしてやる。

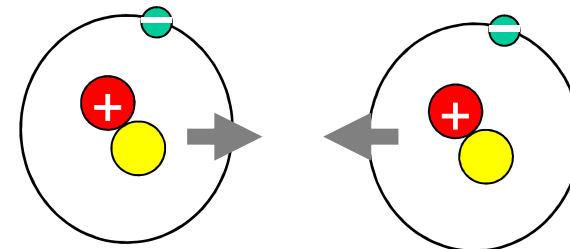


さらに、**沢山の原子核を狭い領域に閉じ込める(高密度)**
(最低**1億度**、**100兆個/cc**)

核融合炉には高温プラズマの利用がベスト (I)

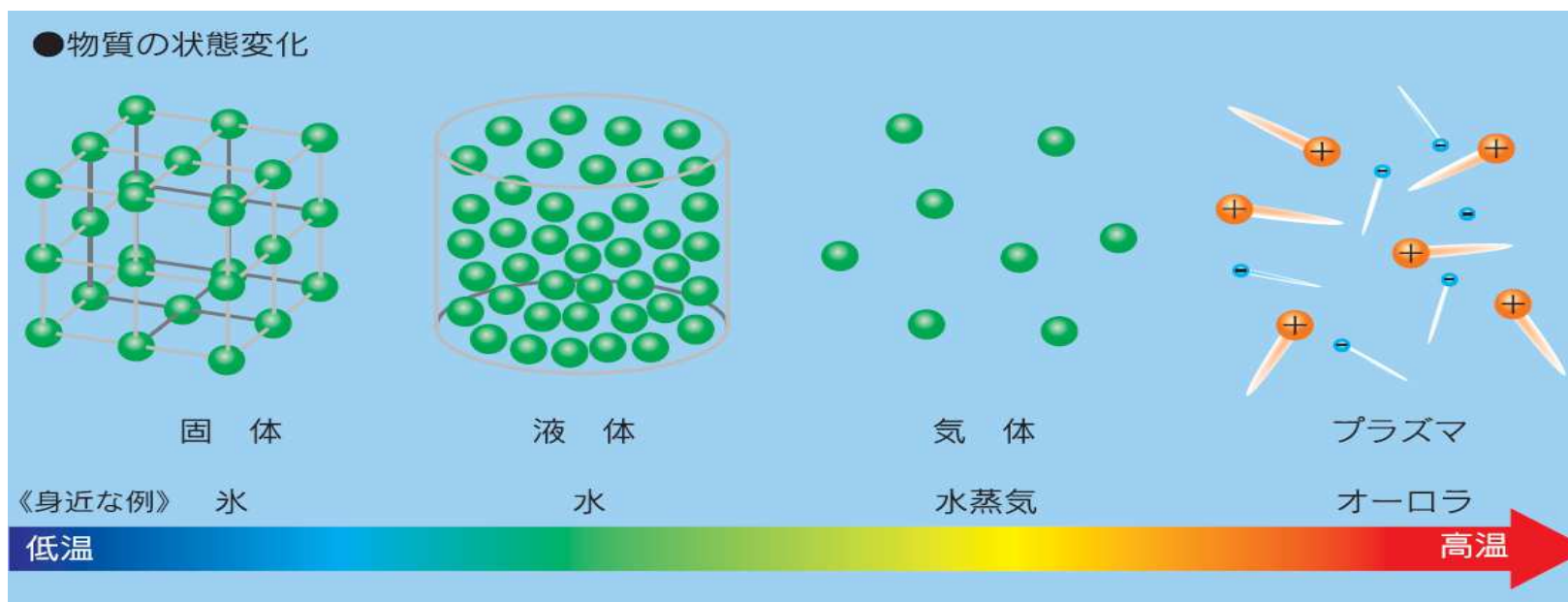
核融合には原子核同士の衝突が必要

常温の水素は、気体(分子/原子) => 原子(原子核の周りを電子が回っている) (原子の大きさは原子核の10万分倍)

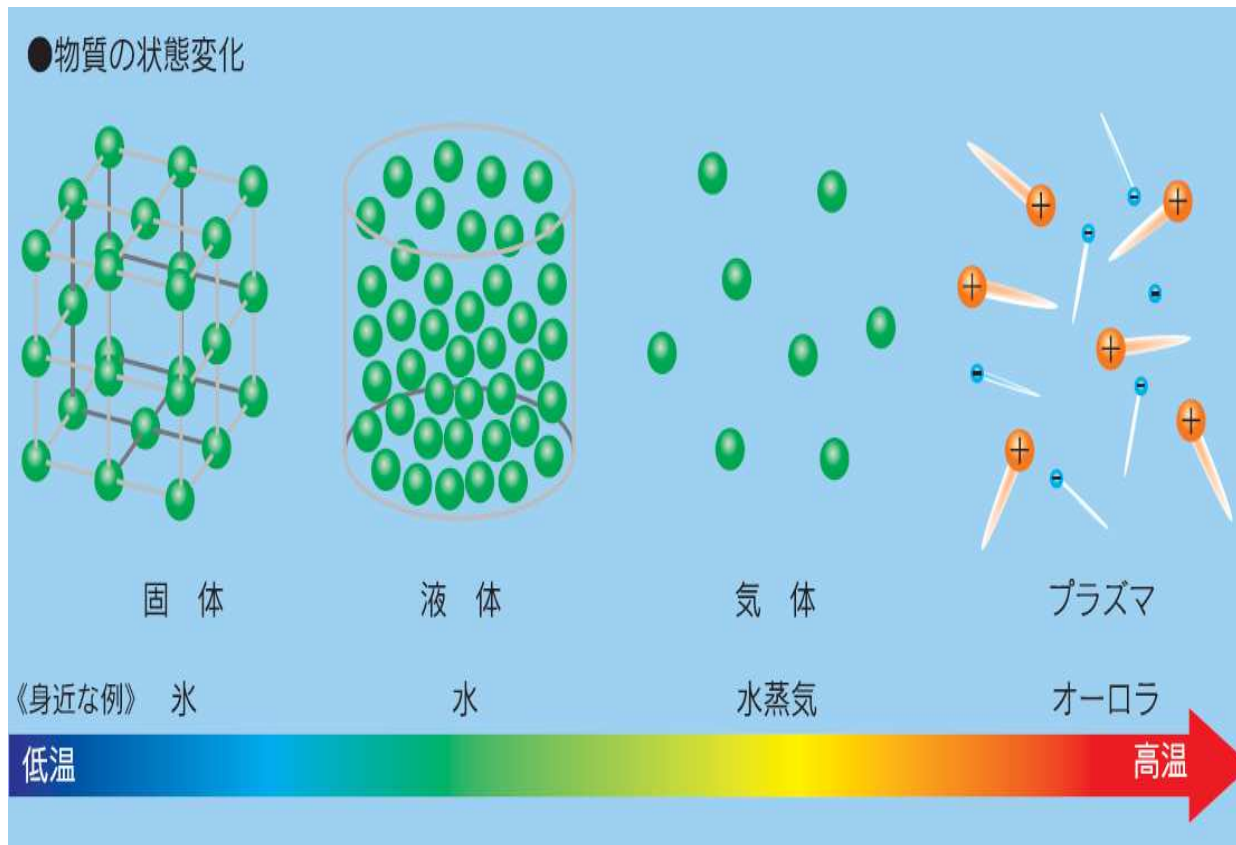


原子(分子)のままでは、電子(電子の雲)が邪魔で、原子核は衝突できず

電子を原子核から剥ぎ取る => 温度を上げて、"プラズマ"状態にする



どのように高温高密度のプラズマを閉じ込めるか？



重力による閉じ込め

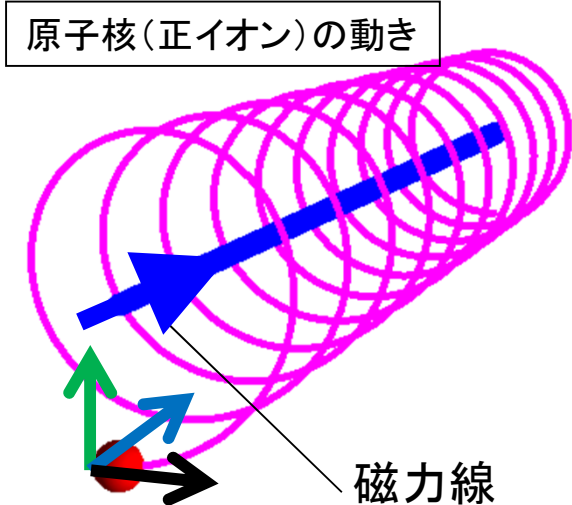
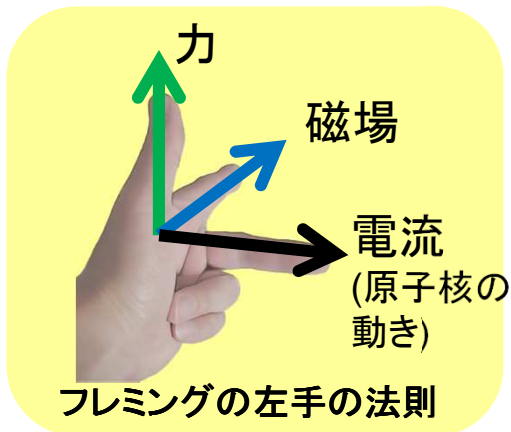
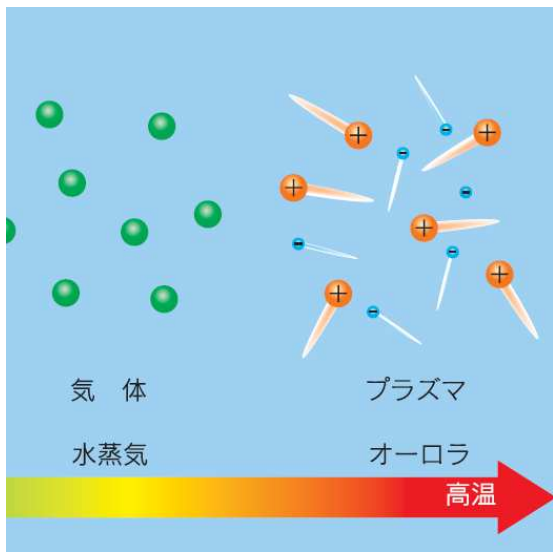
核融合炉に
最低必要なプラズマ条件
高温: 1億度 (10keV) 以上
高密度: 10^{14} cm^{-3} 以上
長い閉込め時間: 1秒以上

そのままでは飛散する。

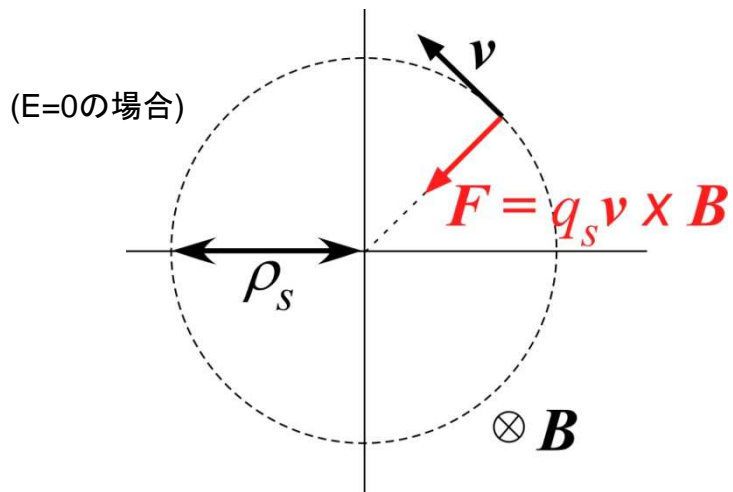
普通の方法で作った容器では容器が溶ける。

地上では??

どのようにしてプラズマを閉じ込めるか？



$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$



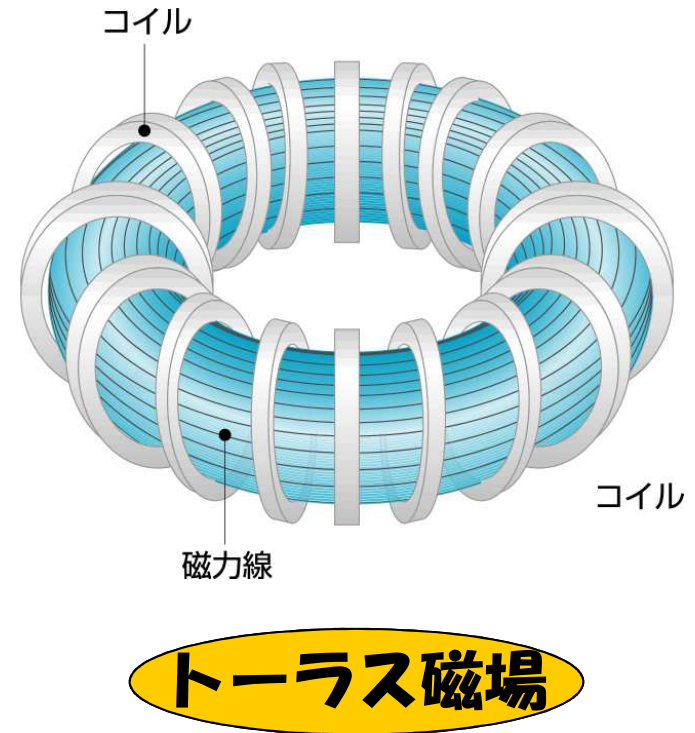
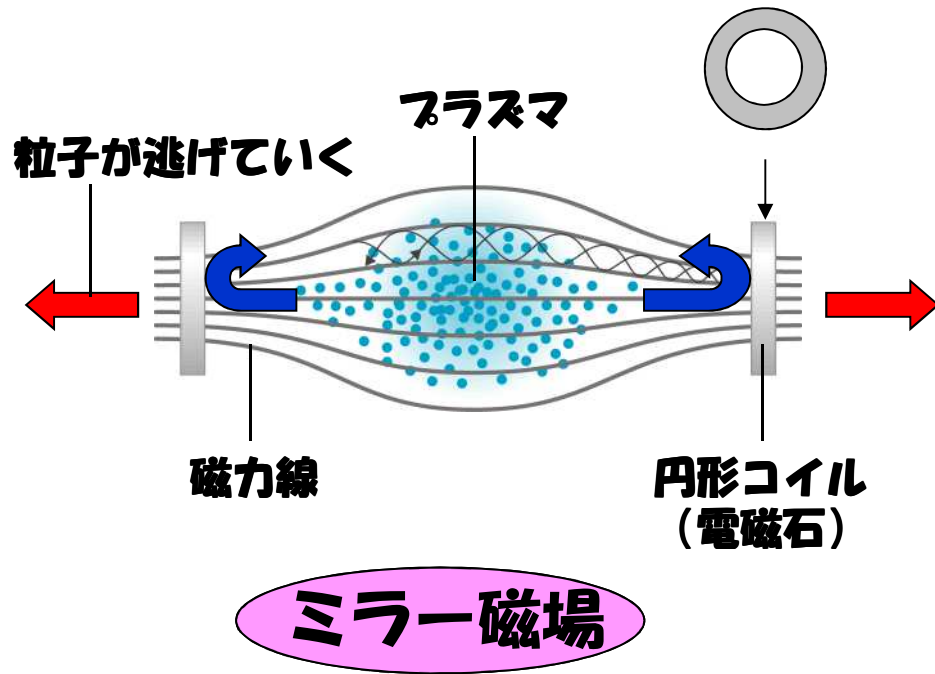
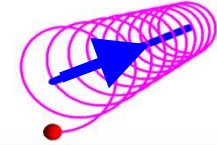
サイクロトロン周波数

$$f_{c,s} = \frac{\omega_{c,s}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{q_s B}{m_s} = \begin{cases} \text{electron: } 28.0 B \text{ (GHz)} \\ \text{ion: } 15.2 \frac{Z}{A} B \text{ (MHz)} \end{cases}$$

Larmor半径

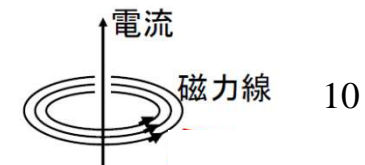
$$\rho_s = \frac{v}{\omega_{c,s}} = \frac{m_s v}{q_s B}$$

磁場によるプラズマの閉じ込め

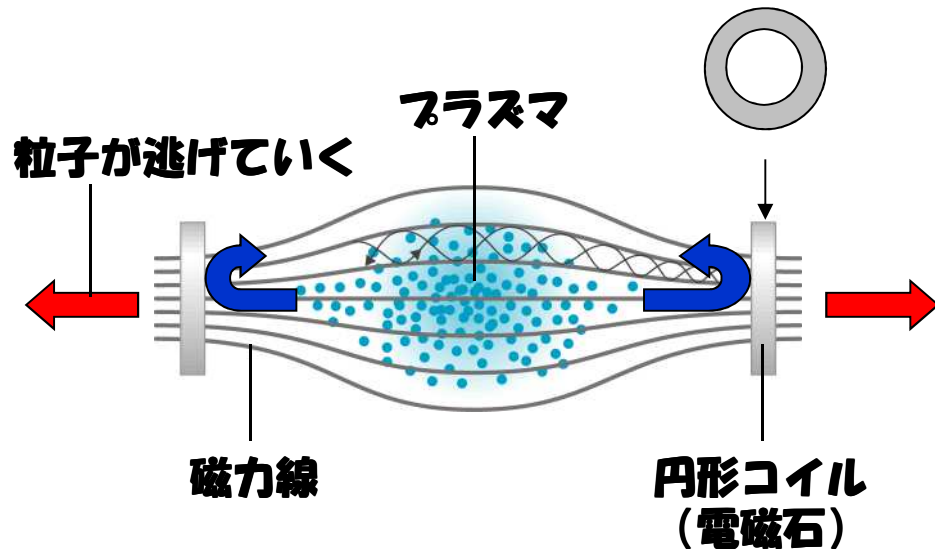
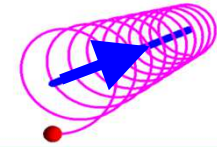


荷電粒子は、両端の円形コイル付近で鏡(ミラー)のように反射されて閉じ込められるが、一部の粒子は逃げてしまう

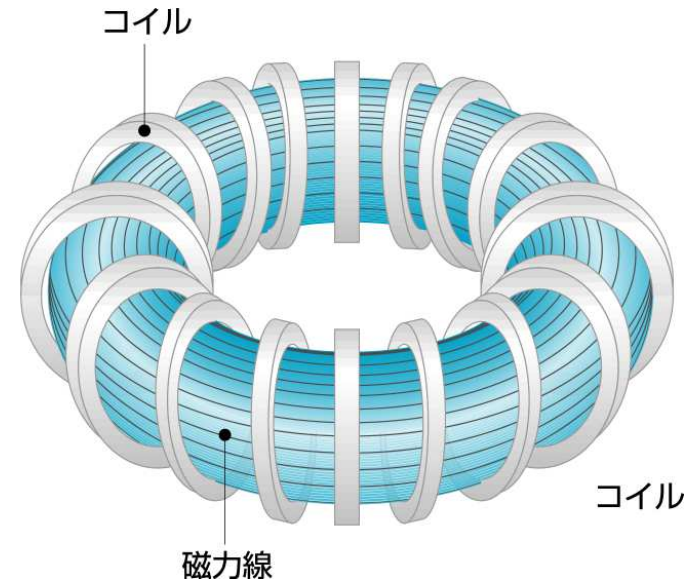
端が無いように、繋げて環状(トーラス)にしてやればよい!



磁場によるプラズマの閉じ込め



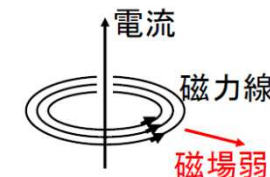
ミラー磁場



トーラス磁場

荷電粒子は、両端の円形コイル付近で鏡(ミラー)のように反射されて閉じ込められるが、一部の粒子は逃げてしまう

端が無いように、繋げて環状(トーラス)にしてやればよい！



目次

1. "核融合、プラズマ、磁場"の関係
- 2. プラズマ閉じ込めにおける「MHD」、「輸送」の役割**
3. MHD平衡
5. MHD安定性
6. 輸送現象(粒子拡散を中心に)
7. レポート課題

プラズマ閉じ込めにおける「MHD」、「輸送」の役割

「MHD平衡」、「MHD安定性」、「輸送」とは？

磁場核融合炉では、
磁場の容器中に高温高密度(高圧)
のプラズマが長く留まって欲しい。

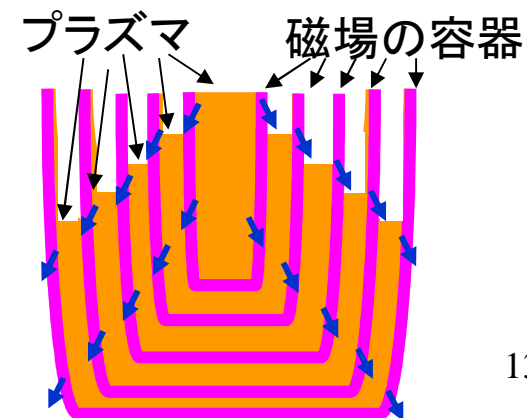
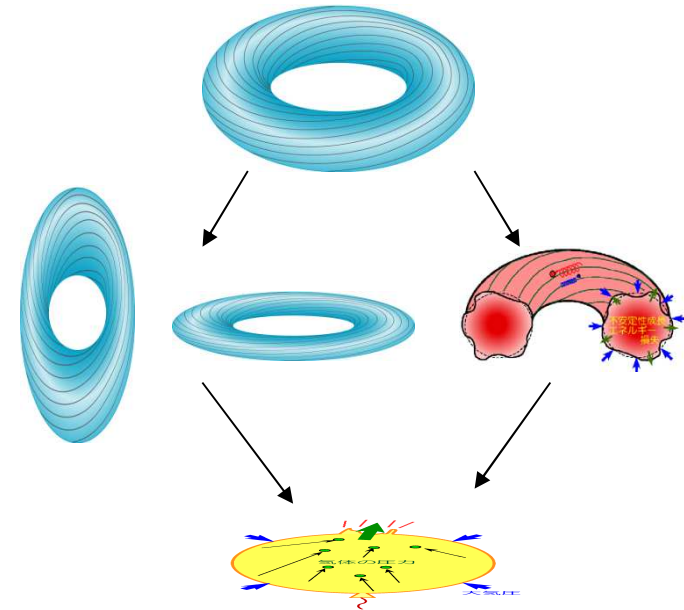
しかし、プラズマ自身も磁場を作る。
=> プラズマが磁場の容器を变形させる。破壊する。

=> 「MHD平衡」、「MHD安定性」

磁場の容器には、「すきま」がある。
=> 「すきま」からプラズマが漏れ出る。

=> 「輸送」

比喩であることに注意



プラズマ閉じ込めにおける「MHD」、「輸送」の役割

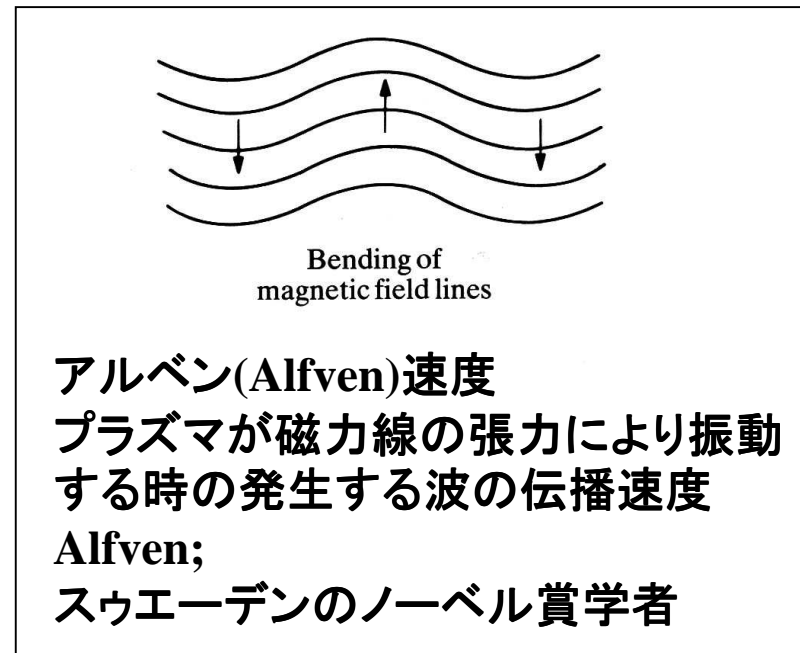
(続き)

現象が起こる時間スケールが違う!!

「MHD平衡」の特性時間
アルヴェン時間
= 装置サイズ/アルヴェン速度
1m, 1T, $1 \times 10^{20} \text{m}^{-3}$ で、 1×10^{-6} 秒

「MHD安定性」の特性時間
アルヴェン時間 \times (10~1000)

「輸送」の特性時間
「閉じ込め時間」
= 装置サイズ²/熱伝導度
核融合炉で、1秒以上。
大型実験装置で、0.1~1秒。



$$\text{アルフベン速度} = \sqrt{\frac{\text{磁気圧}}{\text{質量}}} = \sqrt{\frac{B^2/\mu_0}{\rho}}$$

MHDとは

Magnetohydrodynamics/電磁流体力学 の略称

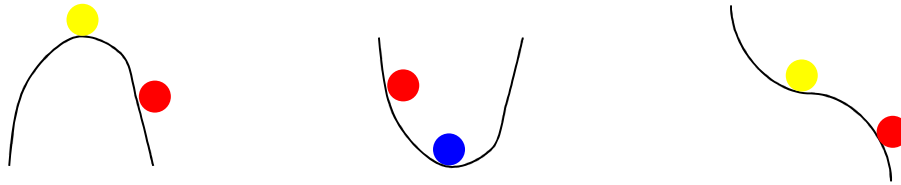
多数の粒子の振舞いを粒子の集団(流体)として捉える学問分野の中で荷電粒子(プラズマ)を対象とし、電子とイオンを一つの流体(電磁流体)として取り扱い、その力学的性質を調べる学問

流体力学;

流体は通常、非常に多数の粒子から構成され、それぞれの粒子は、いろいろな空間位置に、いろいろな速度を持って存在する。これらの粒子群(流体)の性質を個々の粒子毎に調べるのではなく、「密度」、「温度」、「圧力」、「流速」、「電荷密度」とか「電流」というある重みを持った平均量(統計量)で表し、その振舞いを調べる研究手法.

「MHD平衡、安定性」は、「電磁流体力学」の見地から見た「力の平衡、安定性」を表す.

MHD平衡、安定性研究とは?



- 非平衡、不安定
- 平衡、不安定
- 平衡、安定

MHD平衡研究;

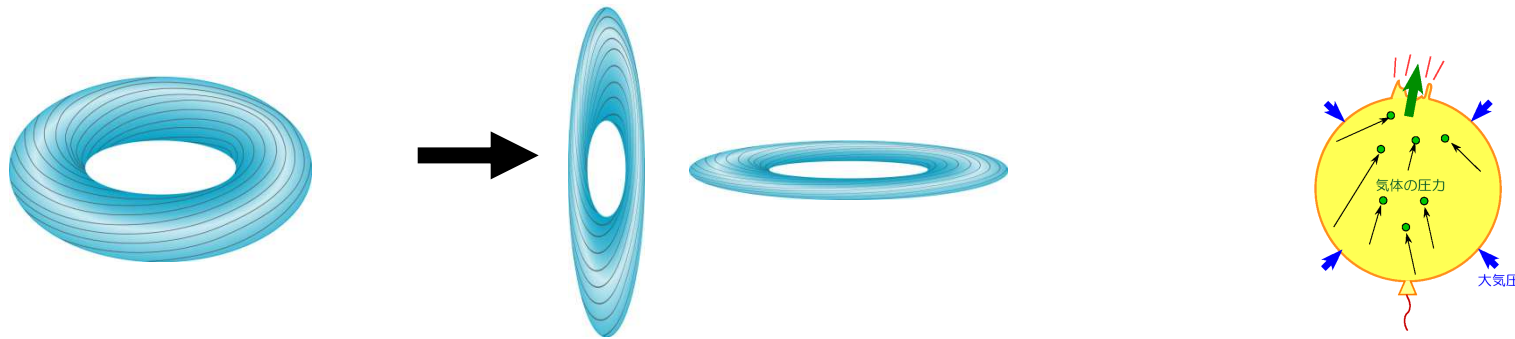
プラズマをそっと磁場の容器に入れた時に、プラズマがそこにじっとしてるか?、容器から逃げ出すか(容器が壊れないか)?、じっとしているための条件は何か?

MHD安定性研究;

磁場中でじっとしているプラズマをちょっとだけ動かしてみた時、プラズマはその場に留まっているか? 逃げ出してしまわないか? 逃げ出すとしても全て逃げ出すのか? 留まっているための条件は何か?

プラズマ自体も磁場を作ることが状況を複雑化;

プラズマは荷電粒子の集まりなので、荷電粒子が動くと電流、磁場を発生する(特に、圧力勾配があると電流が誘起される)



MHD平衡

平衡(力の均衡)が崩れると、プラズマが全体的移動して、閉じ込め容器を破壊。

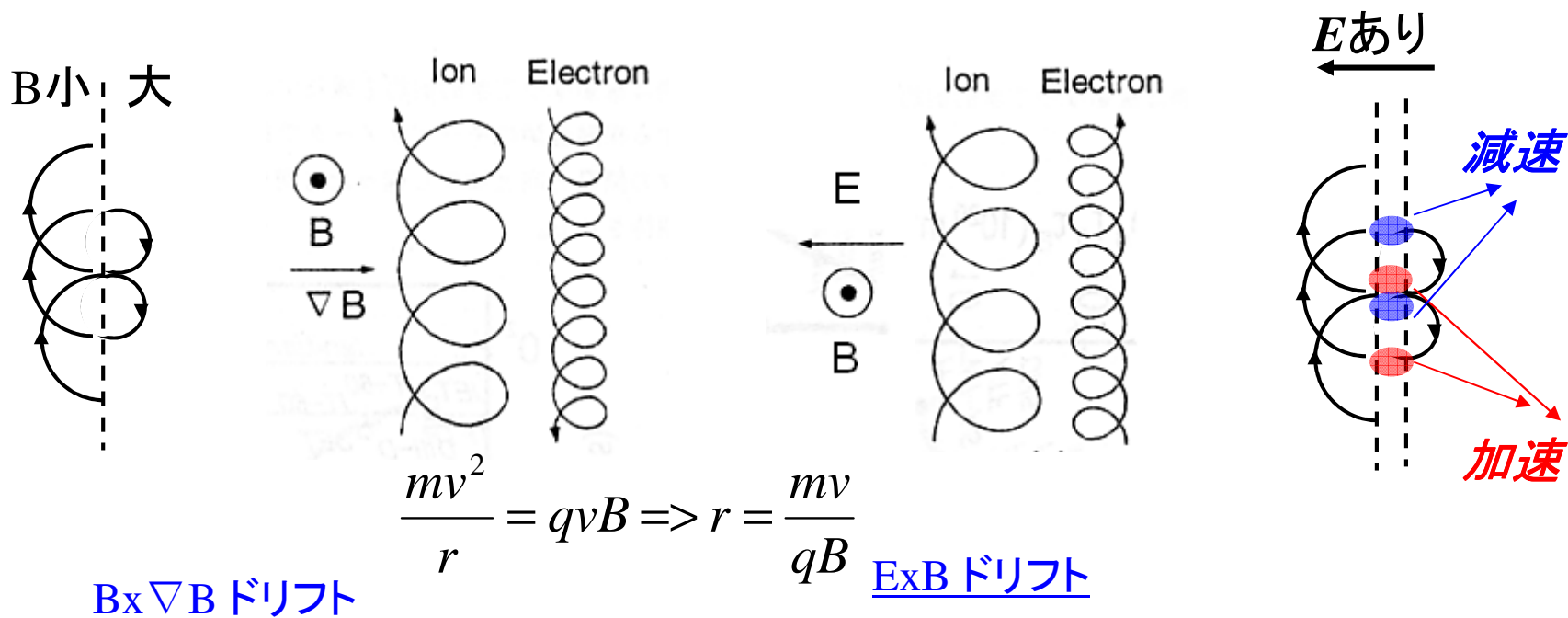
MHD平衡研究;

プラズマをそっと磁場の容器に入れた時に、プラズマがそこにじっとしてるか?、容器から逃げ出すか(容器が壊れないか)?、じっとしているための条件は何か?

MHD(流体)に基づく考察をする前に

個々の荷電粒子の振舞いの基本; 粒子のドリフト

荷電粒子は0次の運動としては磁力線に巻きついて運動するが、磁場強度に分布があったり、電場があると磁力線から離れる運動(ドリフト)をする。これを理解することがプラズマの振舞いの定性的な理解につながる。



ラーマ半径が回転中に変化するため、イオンは $B_x \nabla B$ 方向へドリフトする。

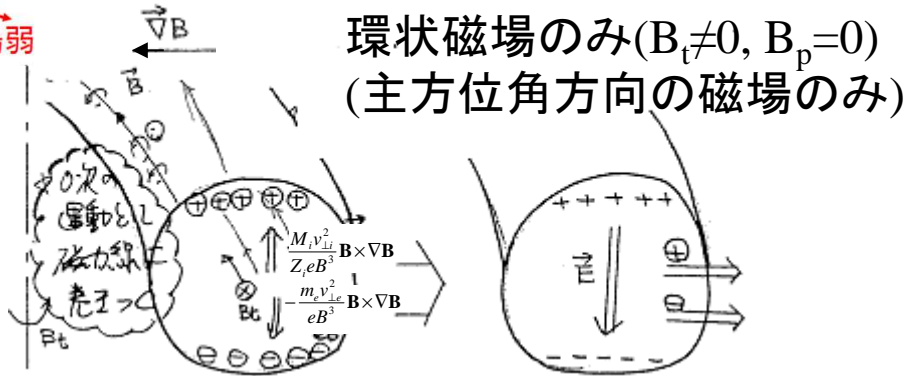
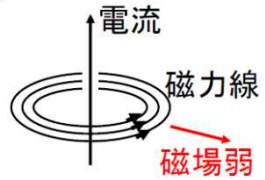
電子は反対方向へドリフトする。

荷電粒子の速度が回転中に変化するため、イオンは $E \times B$ 方向へドリフトする。

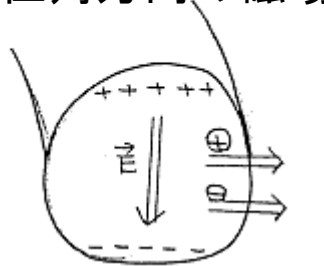
電子も同方向へドリフトする。

環状磁場のみではプラズマは閉じ込められない - 粒子的描像 -

そっと置いてもプラズマは逃げてしまう



$B \times \nabla B$ ドリフト



$E \times B$ ドリフト

理由

- (1) $B \times \nabla B$ ドリフトにより電荷の分離が起こる。
- (2) 分離した電荷により電場が生じ、生じた電場によりイオン、電子がドーナツの外側に逃げてしまう。

対処法

副方位角方向の磁場を付加し($B_p \neq 0$)、ドーナツ上部と下部に分離した電荷を短絡する。

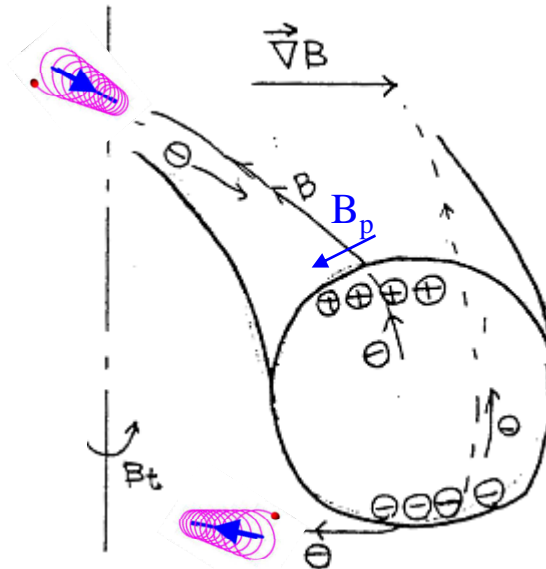


$E \times B$ ドリフトによるプラズマの移動を抑える。

B_p の生成法

トカマク/ プラズマ中に電流を流す。

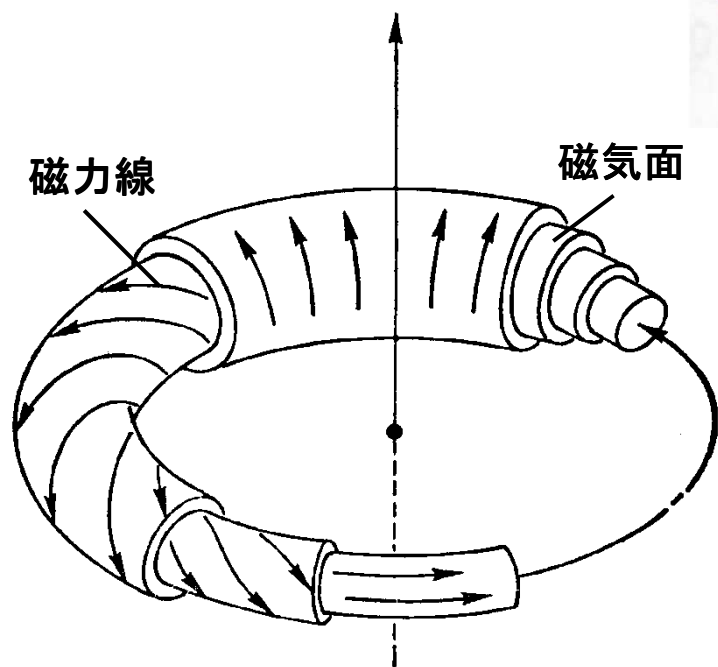
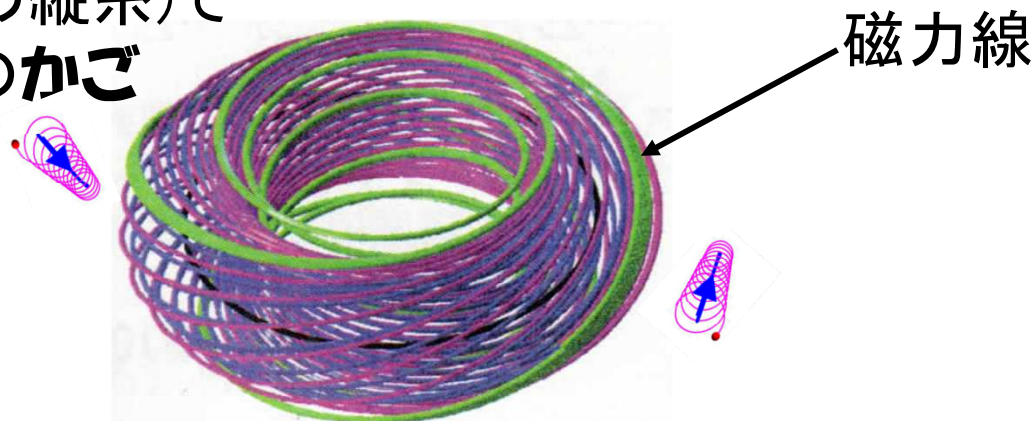
ヘリオトロン(ヘリカル)/外部コイルを螺旋状にねじる。



電子の方が軽く移動しやすいので、電子が動く

トーラスに沿って磁力線にひねり (回轉變換)を与える → 磁気面の構成

磁力線(螺旋形状の縦糸)で
作ったドーナツ状の**かご**



回轉變換のある磁場では、
磁力線はトーラスを何回も
回るとドーナツ型の**閉じた
面**を形成する。

磁気面

磁力線は磁気面
上に存在する

磁力線をひねる必要性をMHD (流体) 的に考える

-定量的評価が容易-

MHDとは

Magnetohydrodynamics/電磁流体力学 の略称

多数の粒子の振舞いを粒子の集団(流体)として捉える学問分野の中で荷電粒子(プラズマ)を対象とし、電子とイオンを一つの流体(電磁流体)として取り扱い、その力学的性質を調べる学問

流体力学;

流体は通常、非常に多数の粒子から構成され、それぞれの粒子は、いろいろな空間位置に、いろいろな速度を持って存在する。これらの粒子群(流体)の性質を個々の粒子毎に調べるのではなく、「密度」、「温度」、「圧力」、「流速」、「電荷密度」とか「電流」というある重みを持った平均量(統計量)で表し、その振舞いを調べる研究手法。

「MHD平衡、安定性」は、「電磁流体力学」の見地から見た「力の平衡、安定性」を表す。

プラズマの密度、温度、圧力、流速の関係 (I)

熱平衡状態(衝突が十分大きく、十分時間がたった状態);
粒子群の速度分布は等方で、速度の絶対値に関してガウス分布(マックスウェル分布)となる。
その分布の分散を T/m 、平均を \mathbf{u} と定義すると、

$$f \propto \exp\left(\frac{m(\mathbf{v}-\mathbf{u})^2/2}{T}\right); \text{ボルツマン係数は略}$$

$$N \equiv \int f d\mathbf{v}; \text{全粒子数を } N \text{ とすると } \Rightarrow f = N \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{1.5} \exp\left(\frac{m(\mathbf{v}-\mathbf{u})^2/2}{T}\right)$$

$$\int \frac{m(\mathbf{v}-\mathbf{u})^2}{2} f d\mathbf{v} \Rightarrow \frac{3}{2} NT$$

平均速度で動いている系で見た時の粒子群のエネルギー(熱エネルギー)

補

プラズマの密度、温度、圧力、流速の関係 (II)

簡単のため、流速を0として、圧力を考えてみる。

1個の粒子が壁に与える運動量は

$$2mv_x$$

面積 S_x の壁に単位時間当たりに当たる粒子の
個数は密度を n として

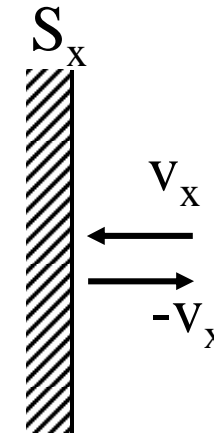
$$v_x S_x n$$

したがって、単位時間当たりに面積 S_x の壁が受
ける運動量(力)は、

$$2mv_x^2 S_x n$$

等方を仮定し、面積で割ったものが圧力 p なので、

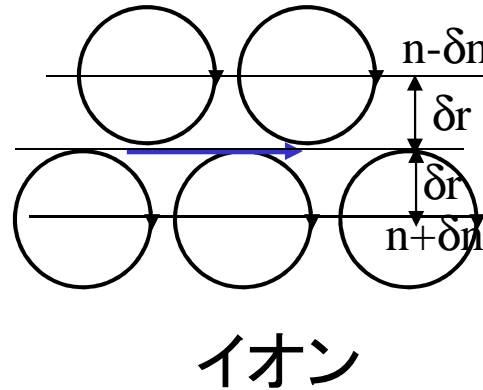
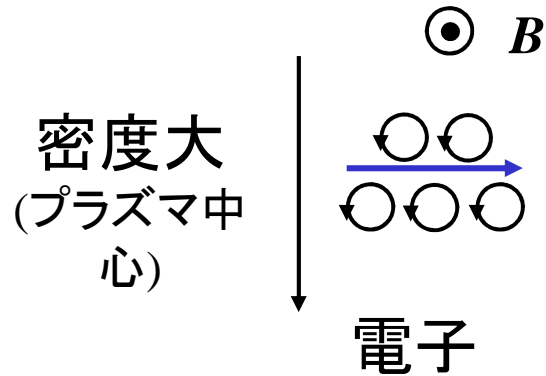
$$p = 2mn \langle v^2 \rangle / 3 = nT$$



圧力は密度と温度の積で表される。

環状磁場のみではフラズマは閉じ込められない ; 流体的描像 I

磁場中で密度、温度(圧力)勾配があると電流が流れる



$$j_i = q_i e v_i \times 2 \delta n \quad (i; \text{イオン})$$

$$\delta n = (dn/dr) \delta r$$

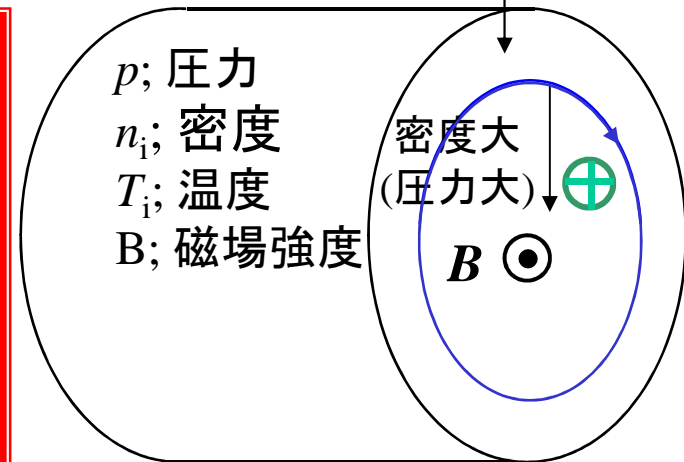
$$M_i v_i^2 / \delta r = q_i e v_i B \quad (\text{遠心力と電磁力の釣合})$$

$$j_i = (1/B) (2M_i v_i^2) (dn/dr)$$

温度の勾配がある時は、(1)式で、 δv_i が存在するので、同様に電流が流れる($T_i = M_i v_i^2 / 2$ に注意)。電子に関しても、(1)式を考え、 $p = (n_e T_e + n_i T_i)$ とすると、流れる電流値の総和は

$$j \propto \left| \frac{1}{B} \frac{\partial p}{\partial r} \right|$$

流れる向きは、元の磁場を小さくする方向 => 反磁性電流



磁場、圧力勾配の両方に垂直で、 dp/dr に比例、 B に反比例 => $j \times B = \text{grad } P$

電流が流れることにより、磁場が変化すること。圧力勾配は電流、磁場双方に垂直であるため、磁場の向きが変わると圧力分布も変わること(トラス形状では磁場の向きも変化; 後述)。

=> 反磁性電流が有限圧力時の磁場構造(MHD平衡)を真空磁場から変える源

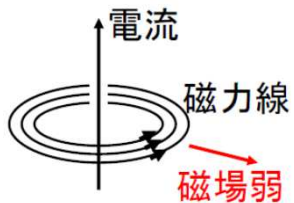
磁場強度に不均一性がある時の反磁性電流

$$j_R = \frac{|\nabla p|}{B}$$

単純トーラス
(z軸に電流
がある時の
磁場配位)で
達成される

ここで、磁場に
← $B = R_0 B_0 / R$
の不均一性が
あったとする。

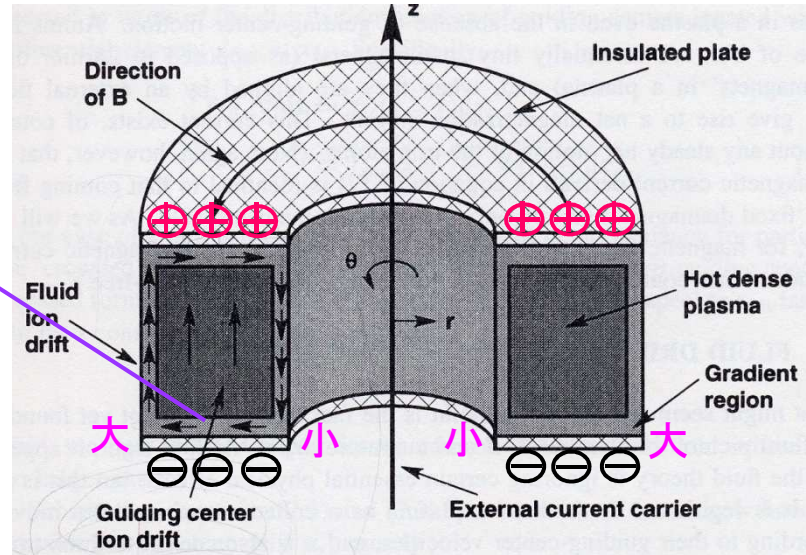
$$j_R = R \frac{|\nabla p|}{R_0 B_0}$$



トーラス外側に行く
ほど電流密度大

磁力線に平行方向の電流を誘起
=>
Pfirsch-Schluter(フィルシュ.シュル
ター)電流

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \mathbf{j}_{\parallel} = -\nabla \cdot \mathbf{j}_{\perp}$$



このような電流の発散を考えると

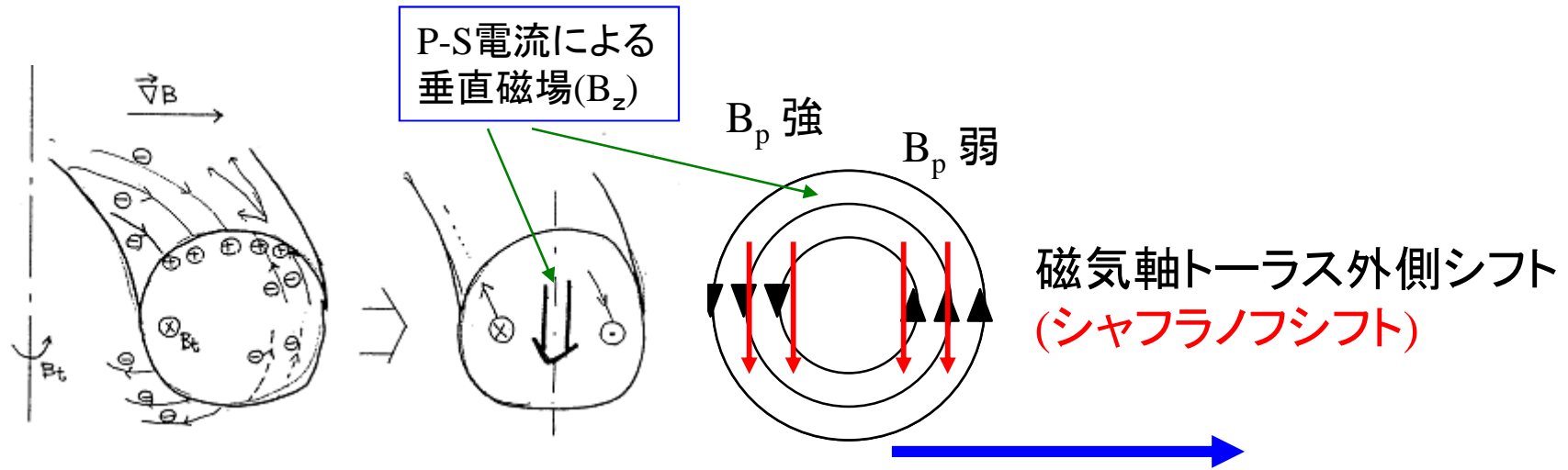
$$\text{div } \mathbf{j} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \times R \frac{|\nabla p|}{R_0 B_0} \right) \approx \frac{2 \nabla p}{R B} \neq 0$$

$$\frac{d\sigma}{dt} + \text{div } \mathbf{j} = 0 \Rightarrow \frac{d\sigma}{dt} \neq 0$$

トーラスの上下で電荷が発生 ($d\sigma/dt \neq 0$)

電荷の保存を満たすためには電荷の変化
磁力線の連結による電荷の短絡)が必要

プラズマによる閉込め磁場の変化 - 磁気軸のシフトに着目して -



B_p の付加による $E \times B$ ドリフトの抑制(分離電荷の抑制)



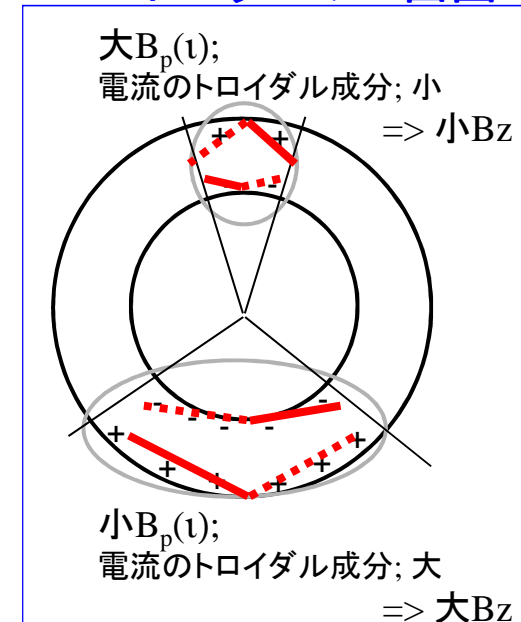
Pfirsch-Schuter電流(P-S/平衡電流)の生成



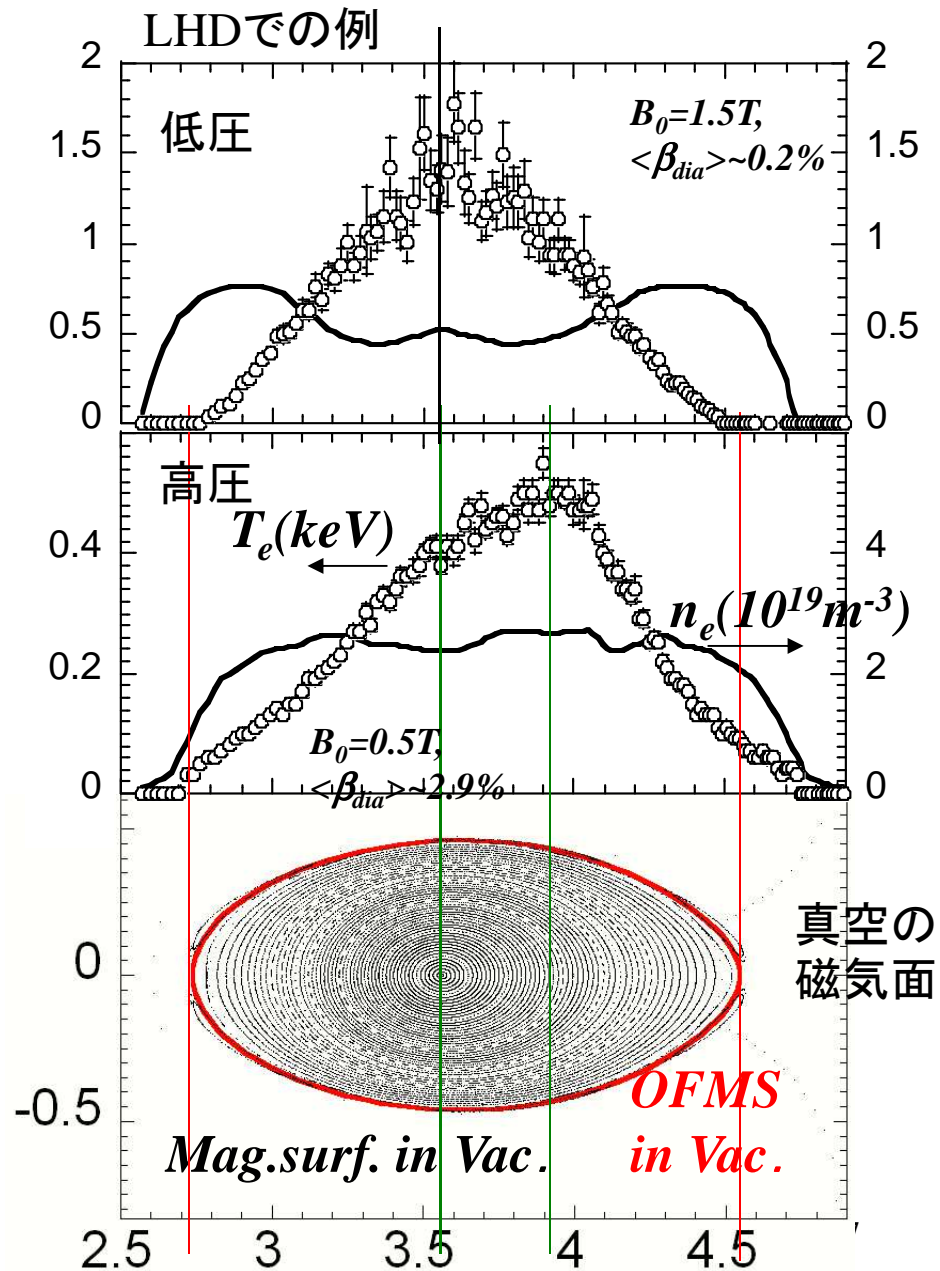
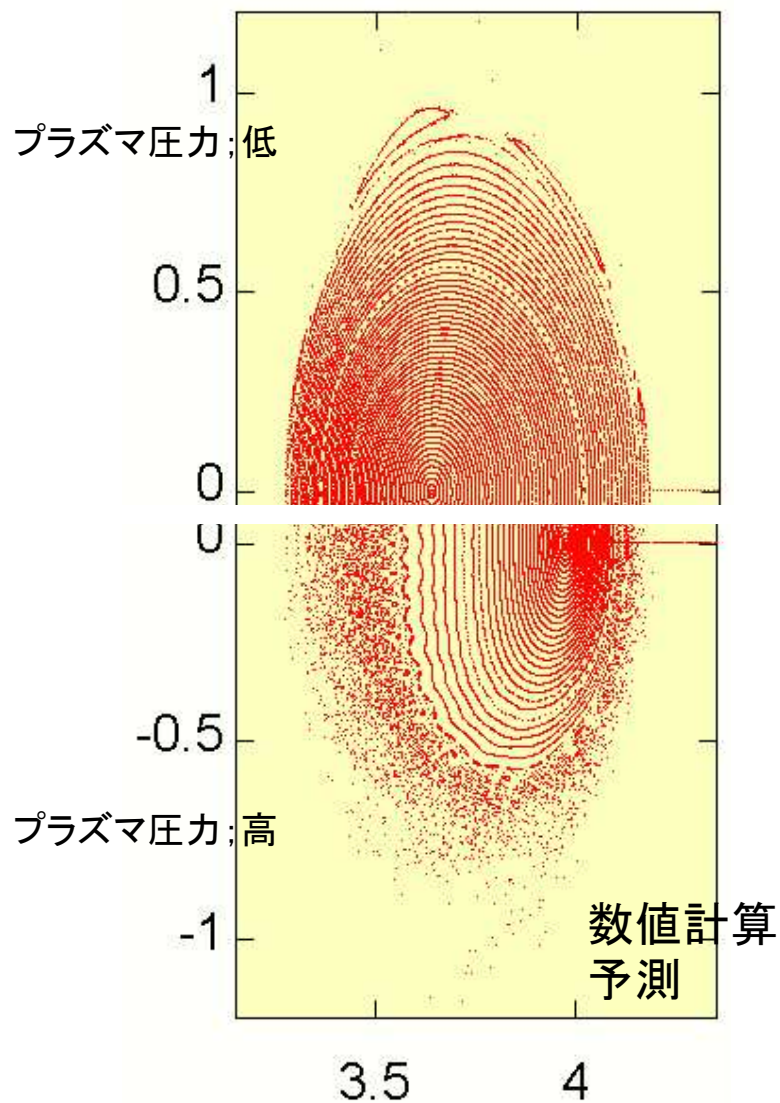
磁気面をトーラス外側へシフト => 閉込め容器を变形

磁力線のねじれ具合(回転変換)が大きい(ι ; 大)ほど、キャンセルすべき電荷小(P-S電流小)、磁気面シフト量小
 プラズマの量が多いほど(dp/dp ; 大)、短絡電流大(P-S電流大)

トーラスの上面図



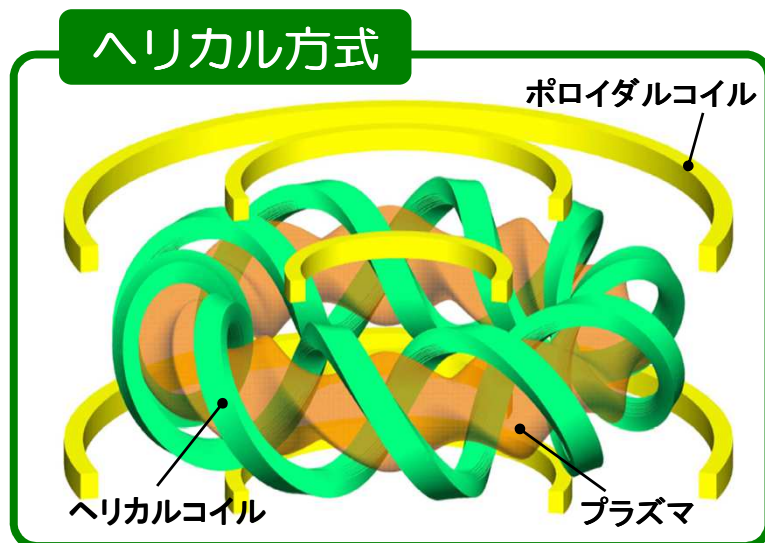
プラズマ圧力勾配や電流による閉込め容器(磁場構造)の変形



プラズマ中には、いろいろな電流が存在
(圧力勾配も電流を駆動)
=> 元の磁場を変更 => 閉込め容器を変形

どのようにして、磁場をねじるか —ヘリカル方式とトカマク方式—

国際熱核融合炉
(ITER/仏)

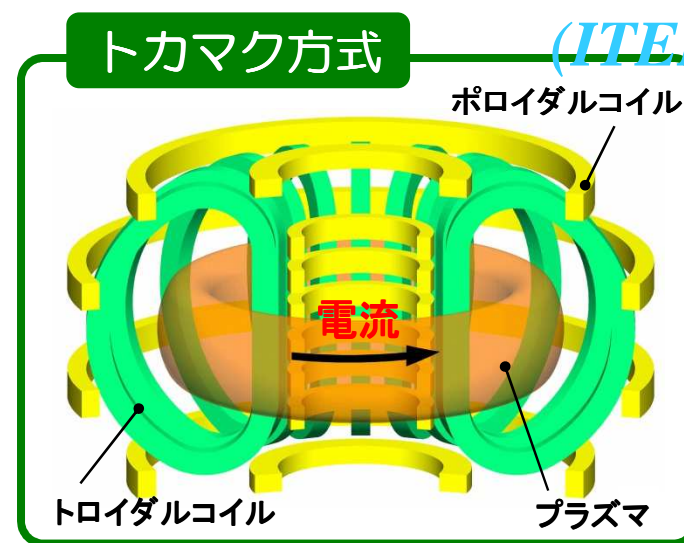


外部コイルのみにより回転変換を与え、磁気面を形成する。

連続運転に適している。

構造が複雑。核融合研の
LHD

我が国独自のアイデアにより
開発(我が国のオリジナル)。



トーラス方向に電流を流すことにより回転変換を与え、外部コイルとの組み合わせにより磁気面を形成する。

連続運転のためには、プラズマ電流を維持する必要がある。

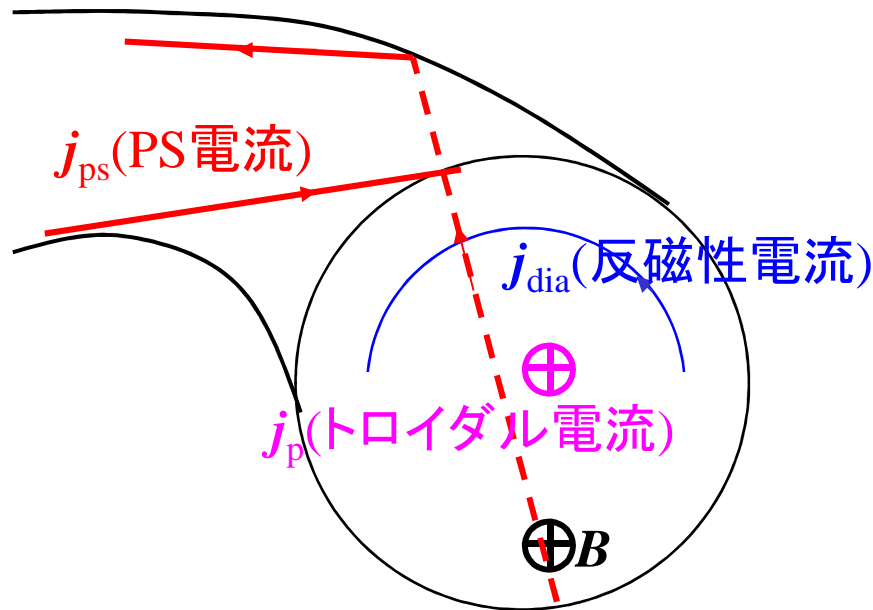
構造が簡単。

補 磁場計測によるプラズマ電流計測

---計測された磁場によりわかるプラズマの諸量---

$$j_{dia} \propto \left| \frac{1}{B} \frac{\partial p}{\partial r} \right|$$

圧力 p の積分値(プラズマの内部エネルギーの総和)



$$j_{ps} \propto \frac{1}{tB} \frac{\partial p}{\partial r} \cos \theta$$

ポロイダル角依存性により圧力分布の情報もわかる

j_p ;

#トカマクでは、閉じ込め磁場を維持するのに必須。典型的にはトランスの原理で電流を駆動。流れている電流の評価は、MHD平衡磁場の同定、プラズマの運転制御に必須。

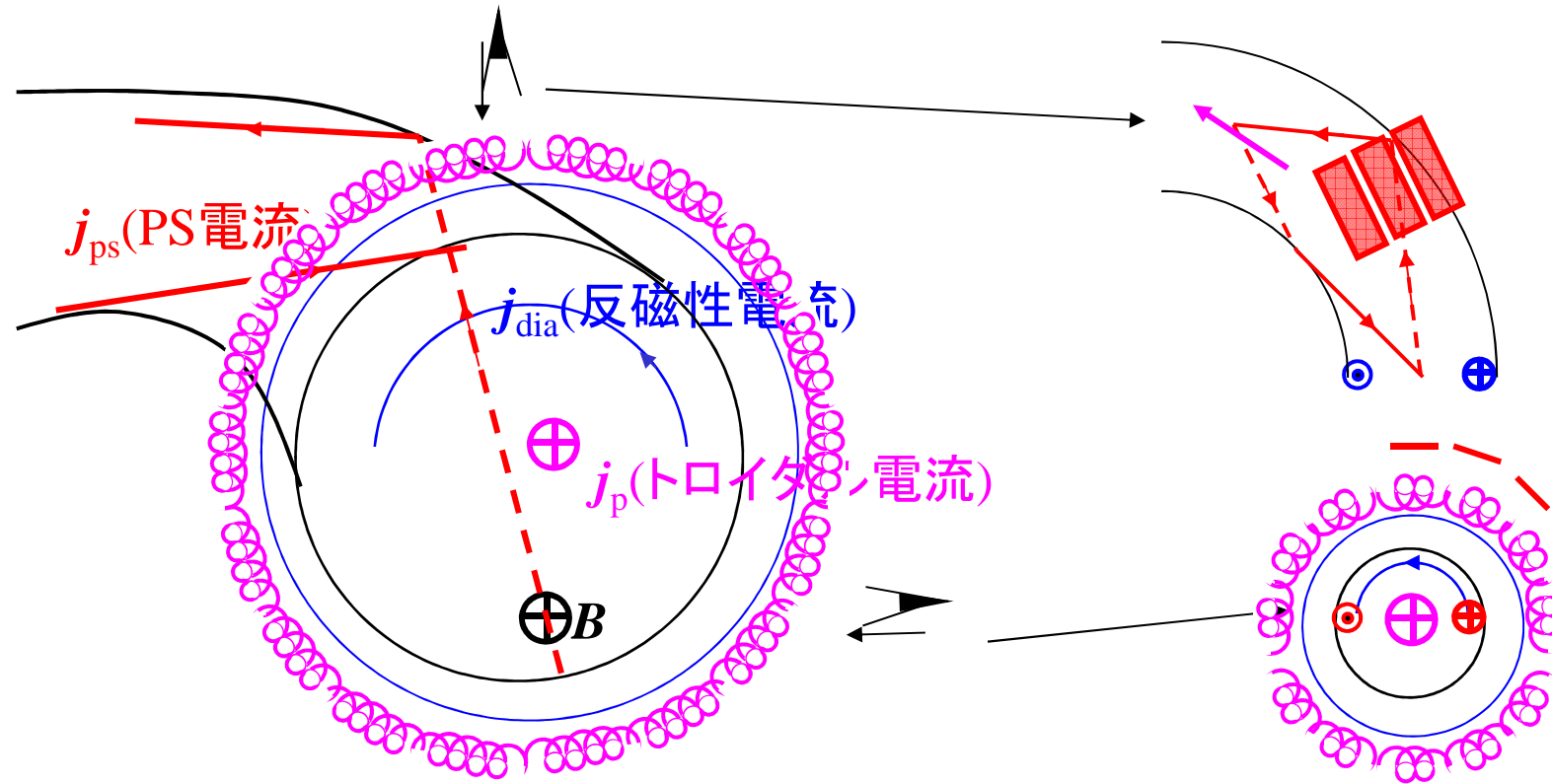
各種電流でどんな磁場が誘起されるか?

その磁場を測るためのコイル形状は?? ²⁹

補 磁場計測によるプラズマ電流計測 II

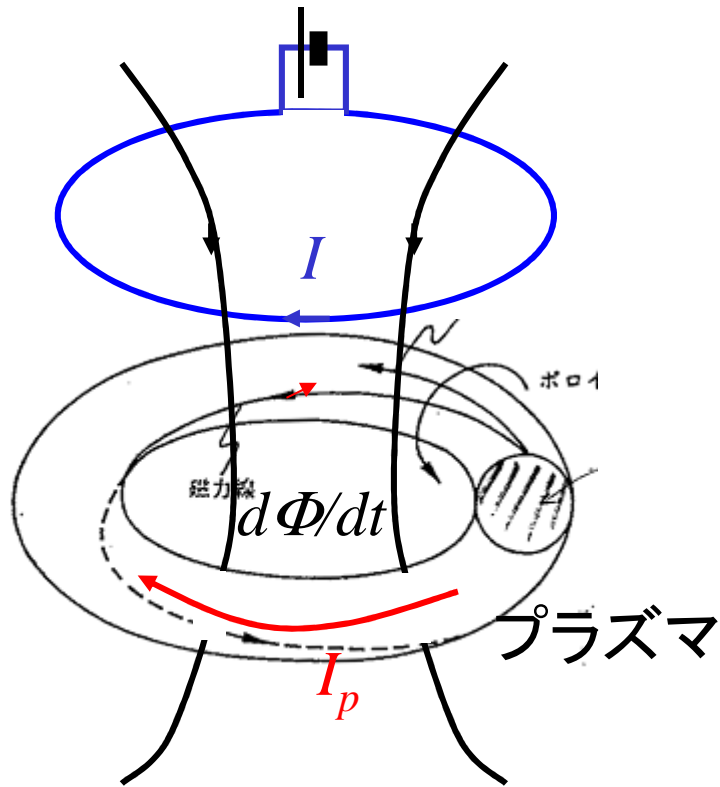
磁場計測:

プラズマ中を流れる電流で誘起される磁場を計測する。



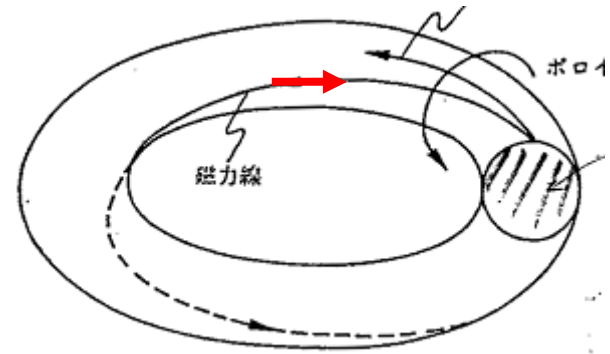
補

トカマクにおける常磁性

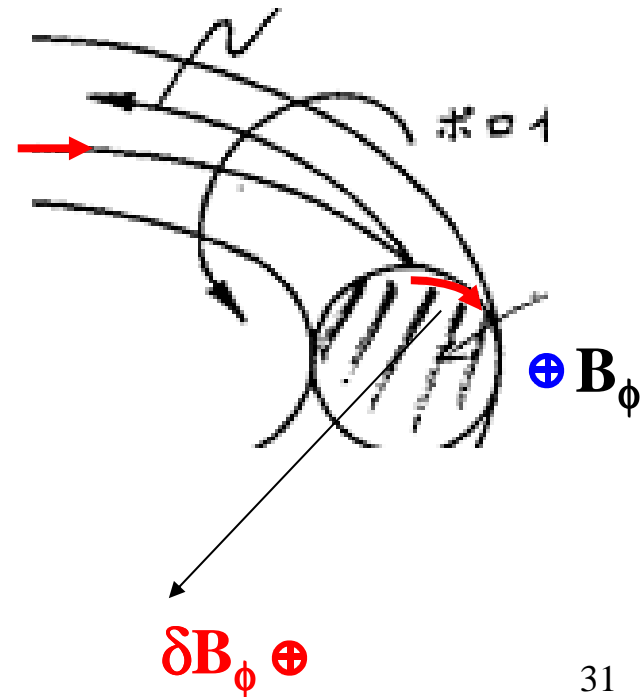


$$d\Phi/dt = RI_p$$

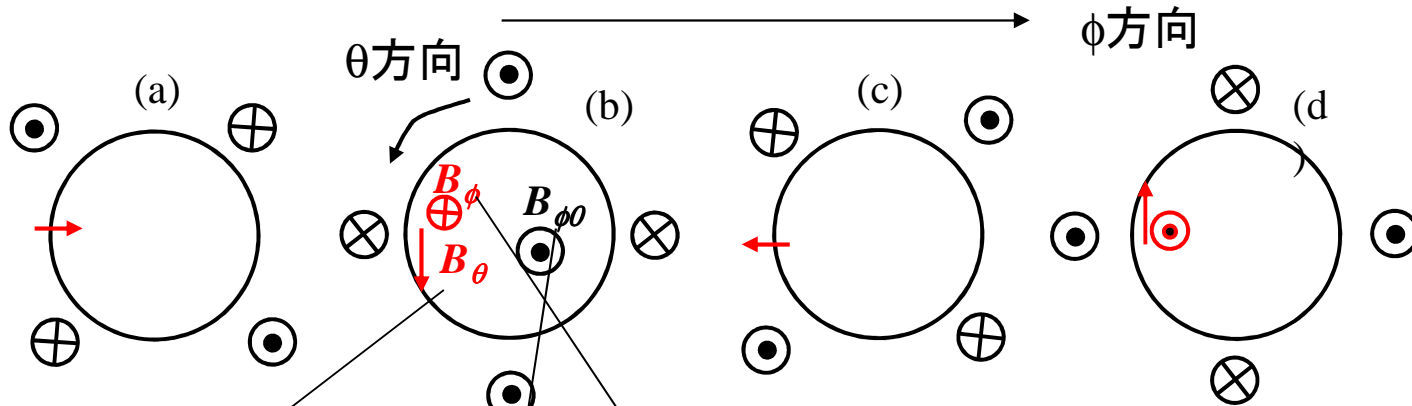
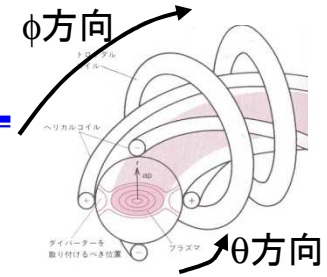
オーミック電流



オーミック電流は磁力線に沿って流れる。



補ヘリカルコイルで回轉變換(磁場の捩じれ)が生じる理由

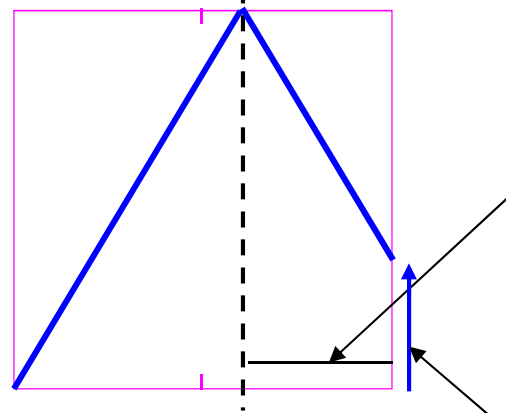
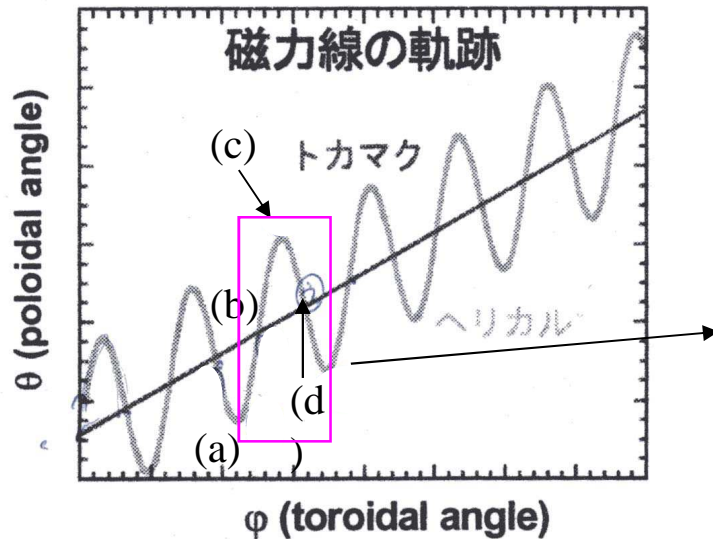


磁力線(磁気面)の径方向の動きは、磁束保存(等磁束面が磁気面)から説明。
 主な磁場は B_ϕ なので B_θ が小さい時は小半径が大きくなり、大きい時はその逆。

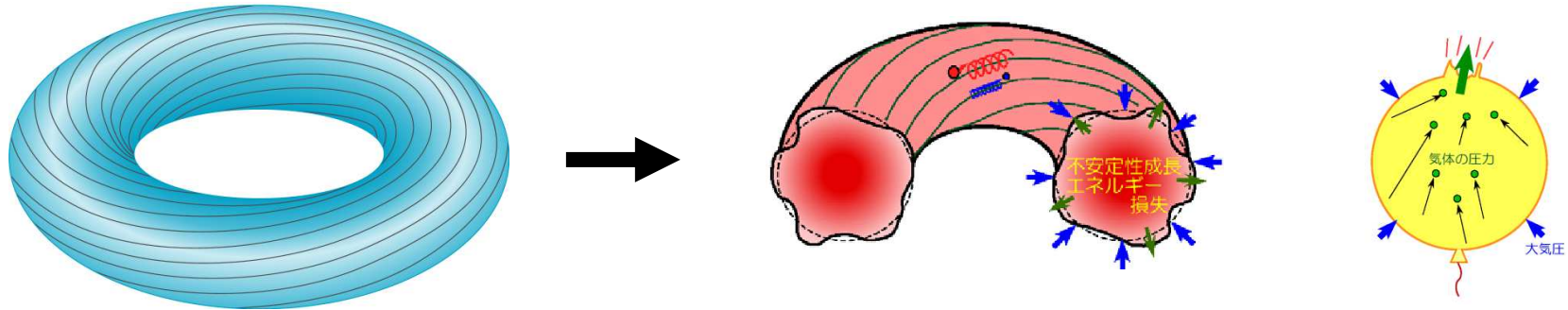
$$B_\theta \sim \cos(L\theta - M\phi), B_\phi \sim [1 - \delta \cos(L\theta - M\phi)]$$

L, M はそれぞれポロイダル局数, トロイダル周期数,
 図の例では, $L=2$.

B_θ が正の間は B_ϕ が1より小さく, B_θ が負の間は B_ϕ が1より大きい。つまり, B_θ が正の間は磁力線は方向にあまり進まず, B_θ が負の間に磁力線は早く前に進む。



こちらのほうが短い,
 その前の半周期で θ 方向に進んだ分, 戻ってこない
 =>
 磁力線は θ 方向に進む



MHD安定特性

典型的な不安定状態では、プラズマの平均的な位置は変わらず、揺動が大きくなり、最終的にはプラズマを破壊する。

MHD安定性研究;

磁場中でじっとしているプラズマをちよつとだけ動かしてみた時、プラズマはその場に留まっているか? 逃げ出してしまわないか? 逃げ出すとしても全て逃げ出すのか? 留まっているための条件は何か?

MHD不安定性の原因

磁場中のプラズマが不安定になる原因は、以下の2つ。

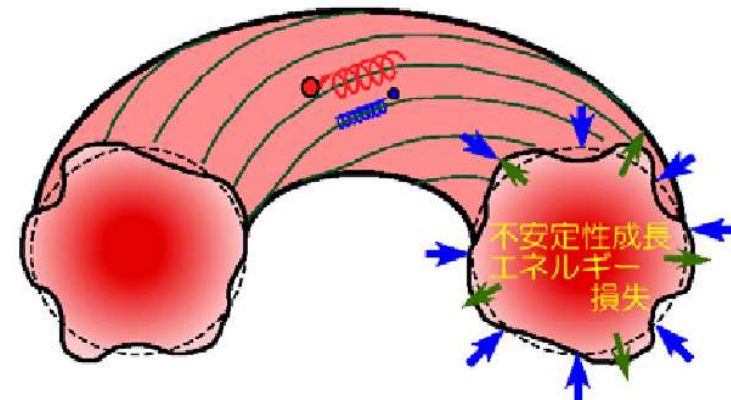
- (1) 圧力勾配 (圧力駆動型)
- (2) 電流 (電流駆動型)

(1)はヘリオトロン(ヘリカル)方式でよく問題になり、
(2)はトカマク方式でよく問題となる。



- 平衡、不安定
- 平衡、安定

MHD安定か否か?



プラズマを揺らすとその振幅が大きくなるか？ 元の位置のとどまれるか？

圧力駆動型MHD不安定性

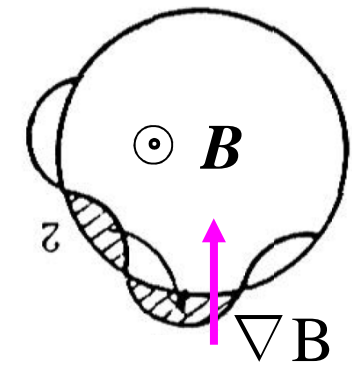
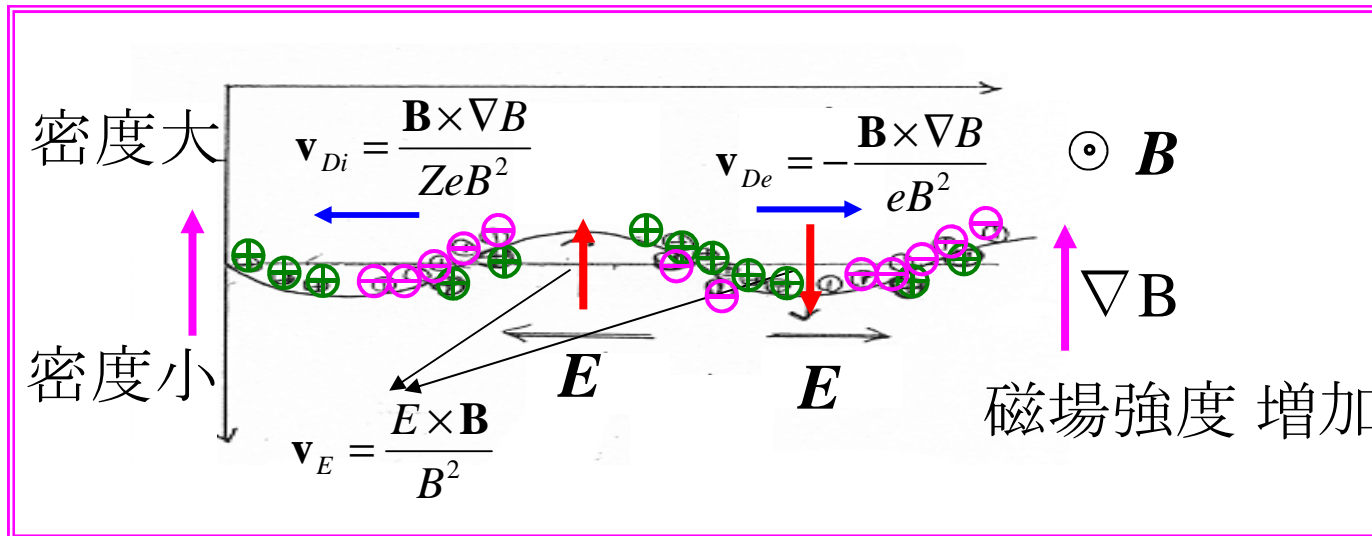
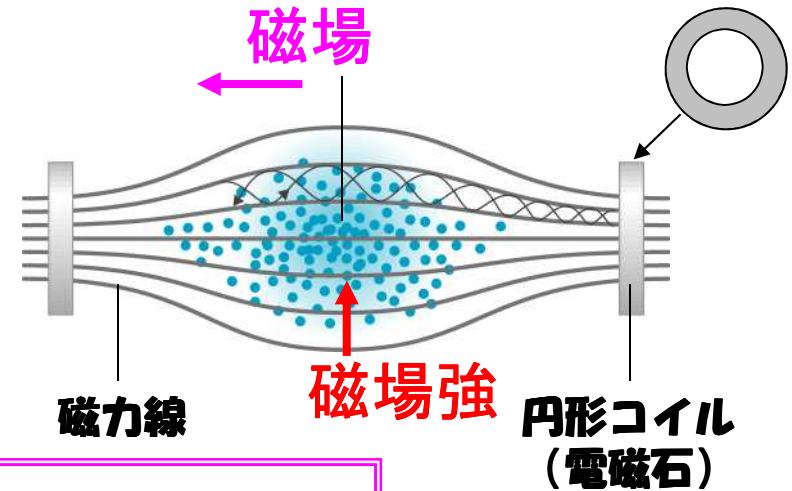
磁場中のプラズマに圧力勾配があると、不安定性が起こる。

不安定性の起こる条件；

磁場強度が強まる方向にプラズマ圧力(密度×温度)が大きくなる

不安定性の描像

- (1) 密度の揺動が発生する。
- (2) **密度方向と ∇B 方向が一致している(悪い曲率)**と $B \times \nabla B$ ドリフトと密度勾配により電荷の分離が起こる。
- (3) $E \times B$ ドリフトが揺動を成長させる。



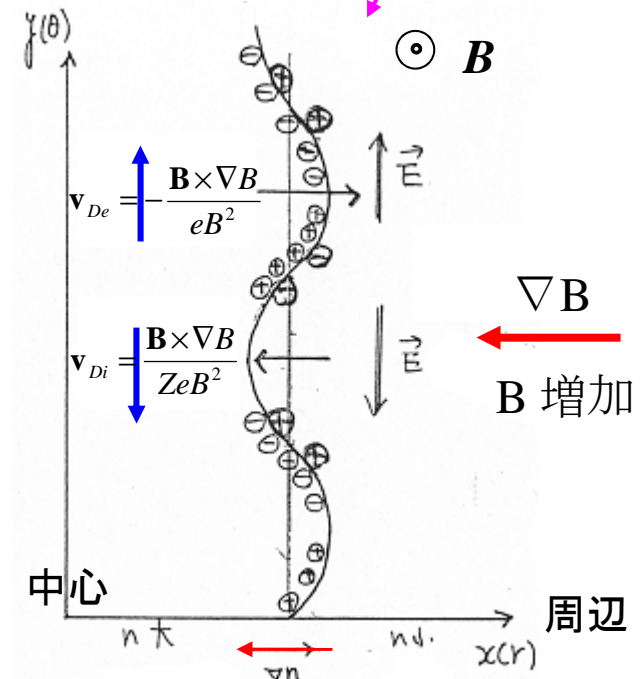
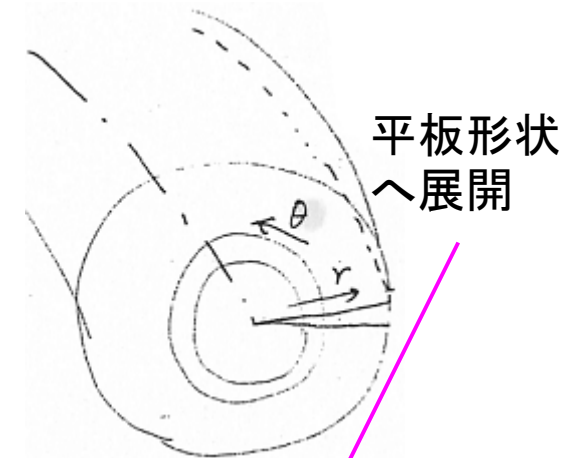
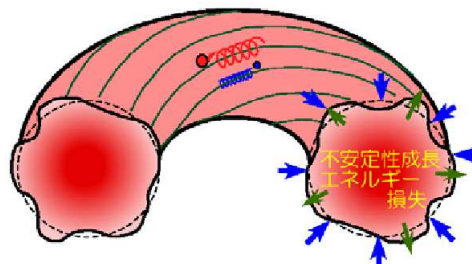
環状磁場プラズマでの交換型MHD不安定特性 I

$E \times B$ ドリフトが揺動を成長させる。
 # 揺動と共鳴する有理面の場合、磁力線に沿って電子が進み分離電荷をキャンセルできずに、有理面上いたるところで揺動が成長する。

揺動のモード数と共鳴する有理面

回転変換(磁場のねじれのピッチ)が $n/m \Rightarrow$
 磁力線がトロイダル方向に n 周
 ポロイダル方向に m 周回ると閉じる。

揺動のトロイダルモード(周期)数が n , ポロイダルモード数が m
 \Rightarrow
 揺動がトロイダル方向に n 周
 ポロイダル方向に m 周進むと山谷が一致



環状磁場プラズマでの交換型MHD不安定特性 II

環状磁場プラズマ閉じ込め装置では、ドーナツの内、外で磁場の曲率が異なる

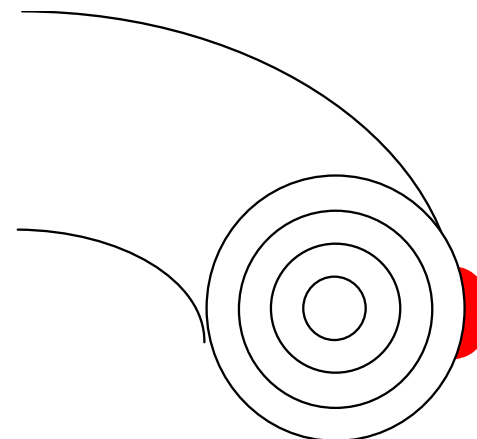
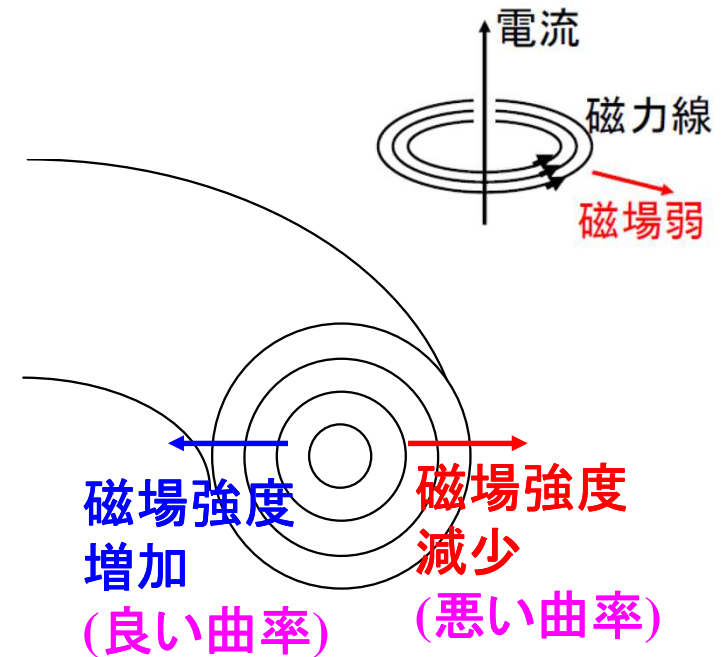
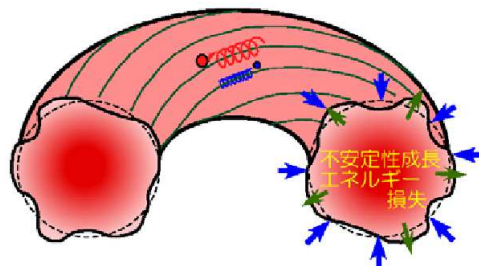
=>

悪い曲率での不安定性の発現

=>

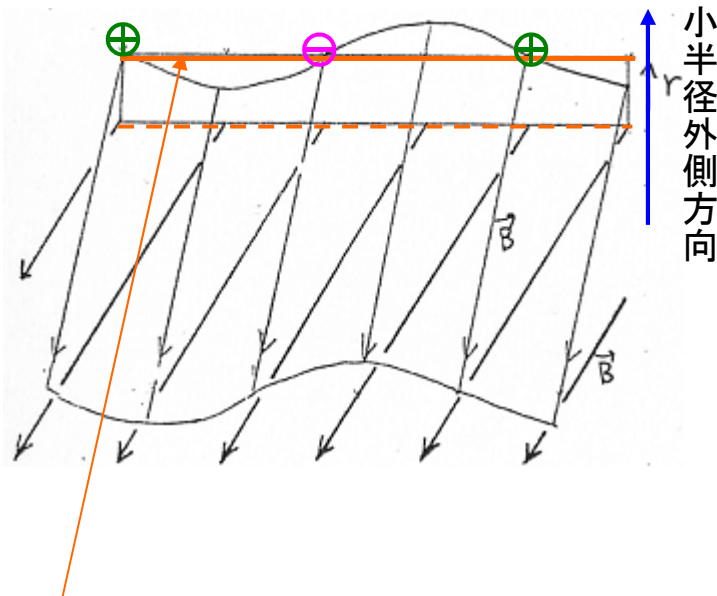
バルーニングモード

(磁気面上で不均一な不安定性)



圧力駆動型不安定性に対する「磁力線のねじれ」の効果

磁力線のねじれ(磁気シア)のある磁気面



有理面 $\iota = n/m$.
 ι は回転変換。 n, m は整数。

不安定性(摂動)が磁気面をまたがって成長するためには、近接した磁気面上の磁力線の向きが不安定な磁気面と同じにする必要あり。

さもないと、近接した磁気面で発生した分離電荷は、電子が磁力線方向に動くことによりキャンセルされ、不安定性は成長出来ない。

=>

磁力線の向きの変更には、エネルギーが必要



磁気シアには安定化効果あり。

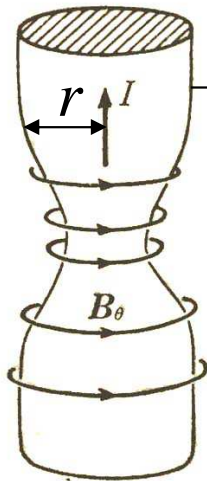
抵抗があると、安定化効果が弱まる
 => 抵抗性交換型不安定性

電流駆動型MHD不安定性の描像

$m=0$

B_θ ; 小

B_θ ; 大

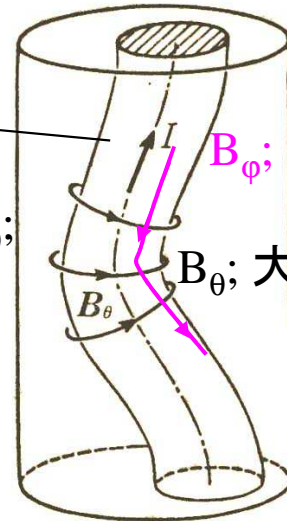


磁気面(等圧力面)
MHD平衡状態では磁場による力(磁気圧)とプラズマによる圧力が釣り合っている。
ここでは、磁場は長手方向の電流で生成されている

$m=1$

B_θ ; 小

B_ϕ ; 張力



プラズマの等圧面が何かの理由で縮まると電流によるそこでの磁場が強くなり、縮まった等圧面はさらに縮まってしまう。

(ソーセージ不安定性)

プラズマの等圧面が何かの理由で捩じれるとねじれの曲率が小さいほうの電流によるそこでの磁場が強くなり、等圧面のねじれはさらに大きくなってしまう

(キンク不安定性).

$$p + \frac{B^2}{2\mu_0} = const.$$

加速度的に状態が元の状態から変化 => 不安定

MHD方程式

電子・イオンの2つの流体方程式(粒子源・熱源無)を1流体化。
イオンと電子の流速はほぼ同じと仮定し、電子とイオンは一体として運動。
(電子の慣性/加減速応答はゼロと仮定。イオン・電子の流速差は電流として考慮)

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p, \quad \text{運動方程式}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad \text{質量保存則}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) = 0, \quad \text{エネルギー保存則}$$

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{j}, \quad \text{一般化したオームの法則}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad \text{マックスウェル方程式}$$

抵抗 η をゼロと仮定したものが、理想MHD方程式

流速は $u \sim E \times B / B^2$, 磁力線方向の電場は無し。 $E \times B / B^2$ は熱速度程度の大きな流速を仮定し、熱速度程度の速い速度で磁力線を横切る急激な不安定性を扱う。

MHD方程式の特徴

運動方程式、ファラデー則を考える。

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$$

$$\Rightarrow \rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} = \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \nabla p$$

$$v_A \equiv \sqrt{\frac{B_0^2}{\mu_0 \rho_0}}; \text{アルベン速度}$$

ρ_0 ; 中心の密度, p_0 ; 中心の圧力。
 B_0 ; 中心の磁場強度。

規格化/無次元化
 (基準値で割る)

$$\hat{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \hat{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{v}}{v_A}, \quad \hat{\nabla} = a_0 \nabla, \quad \hat{t} = \frac{t}{a_0/v_A}, \quad \nabla \hat{\mathbf{B}} = \frac{\mathbf{B}}{B_0}, \quad \hat{p} = \frac{p}{p_0}$$

$$\rho_0 v_A \hat{\rho} \left(\frac{1}{a_0/v_A} \frac{\partial}{\partial \hat{t}} + \frac{v_A}{a_0} \hat{\mathbf{v}} \cdot \hat{\nabla} \right) \hat{\mathbf{v}} = \frac{B_0^2}{a_0 \mu_0} \left[(\hat{\nabla} \times \hat{\mathbf{B}}) \times \hat{\mathbf{B}} - \frac{p_0}{B_0^2/\mu_0} \hat{\nabla} \hat{p} \right]$$

$$\hat{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial \hat{t}} + \hat{\mathbf{v}} \cdot \hat{\nabla} \right) \hat{\mathbf{v}} = (\hat{\nabla} \times \hat{\mathbf{B}}) \times \hat{\mathbf{B}} - 2\beta \hat{\nabla} \hat{p}$$

$$\beta \equiv \frac{p_0}{B_0^2/2\mu_0} = \frac{\text{プラズマ圧力}}{\text{磁気圧}}$$



**MHD現象は、
 圧力分布、磁場分布、 β (ベータ値)が同じだと相似に振舞う
 (ある装置で β が制限されると、それは装置サイズによらない)**

MHD方程式と線形化 (I)

MHD方程式で表される現象の性質を摂動法を使って考えるためにMHD方程式を線形化する。摂動法(物理量の時間変化部は微小で、微小量同士の掛け算は無視)

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{v}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{v}_1(\mathbf{r}, t), \quad \mathbf{v}_0(\mathbf{r}) = 0, & \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{j}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{j}_1(\mathbf{r}, t), \quad |\mathbf{j}_1| \ll |\mathbf{j}_0|, \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{B}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{B}_1(\mathbf{r}, t), \quad |\mathbf{B}_1| \ll |\mathbf{B}_0|, & \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t), \quad \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = 0, \\ \rho(\mathbf{r}, t) &= \rho_0(\mathbf{r}) + \rho_1(\mathbf{r}, t), \quad \rho_1 \ll \rho_0, & p(\mathbf{r}, t) &= p_0(\mathbf{r}) + p_1(\mathbf{r}, t), \quad p_1 \ll p_0. \end{aligned}$$

微小物理量が満たすべき式は、以下のとおり。

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} = -\nabla p_1 + \mathbf{j}_1 \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{j}_0 \times \mathbf{B}_1, \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}_1) = 0,$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} = -\mathbf{v}_1 \cdot \nabla p_0 - \mathcal{H}_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_1, \quad \mathbf{E}_1 + \mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0 = 0,$$

$$\nabla \times \mathbf{B}_1 = \mu_0 \mathbf{j}_1, \quad \nabla \times \mathbf{E}_1 = -\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B}_1 = 0.$$

まとめると、
$$\rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{v}_1}{\partial t^2} = -\nabla \{ \mathbf{v}_1 \cdot \nabla p_0 + \mathcal{H}_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_1 \} + \mathbf{j}_0 \times \{ \nabla \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0) \} + \frac{1}{\mu_0} [\nabla \times \{ \nabla \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0) \}] \times \mathbf{B}_0.$$

式の物理的描像の明確化のため、変位ベクトル ξ ; ($\partial \xi / \partial t = \mathbf{v}_1$)を導入すると

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \mathbf{F}(\xi),$$

$$\mathbf{F}(\xi) \equiv -\nabla \{ \xi \cdot \nabla p_0 + \mathcal{H}_0 \nabla \cdot \xi \} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{Q} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{Q}) \times \mathbf{B}_0.$$

ここで、 $\mathbf{Q} \equiv \nabla \times (\xi \times \mathbf{B}_0)$.

補 MHD方程式と線形化 (II)

線形の安定特性を調べるために、微小物理量の時間変化は、以下のような指数的な依存性をもつと仮定すると、前ページの式は以下のように変形できる。

$$\xi(\mathbf{r}, t) = \xi_{\omega}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t).$$

$$-\rho_0 \omega^2 \xi = \mathbf{F}(\xi).$$

考察する系全体についての運動を考えて、積分すると左辺がプラズマの運動エネルギーの時間変化に対応、右辺がプラズマの位置エネルギーの変化に対応することがわかる。また、 ω が虚数だと変位ベクトルの絶対値が増加するので、 **δW が負が不安定の条件**であることがわかる。

$$\frac{1}{2} \rho_0 \omega^2 \int dV \xi^* \xi = -\frac{1}{2} \int dV \xi^* \mathbf{F}(\xi) \Rightarrow K \equiv \frac{1}{2} \rho_0 \int dV \xi^* \xi, \quad \delta W \equiv -\frac{1}{2} \int dV \xi^* \mathbf{F}(\xi).$$

$$\Rightarrow \omega^2 K = \delta W.$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{\delta W}{K}.$$

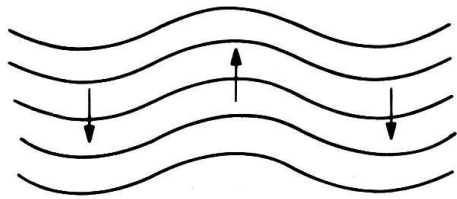
補

MHD方程式と線形化 (III)

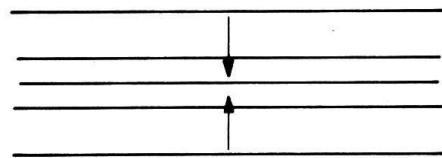
$$\delta W = \frac{1}{2} \int_{plasma} dV \left[\frac{|\mathbf{Q}_\perp|^2}{\mu_0} + \frac{B_0^2}{\mu_0} |\nabla \cdot \boldsymbol{\xi}_\perp + 2\boldsymbol{\xi}_\perp \cdot \boldsymbol{\kappa}|^2 + \gamma p_0 (\nabla \cdot \boldsymbol{\xi})^2 - 2(\boldsymbol{\xi}_\perp \cdot \nabla p_0)(\boldsymbol{\xi}_\perp \cdot \boldsymbol{\kappa}) - \mathbf{j}_\parallel \cdot (\mathbf{Q}_\perp \times \boldsymbol{\xi}_\perp) \right]$$

シアアルベン波
(磁力線の伸ばし効果)
 $(k_\perp a)^2 (k_\parallel a)^2$

プラズマ音波
圧縮性アルベン波



Bending of magnetic field lines



Compression of magnetic field

安定化項

電流駆動不安定化

$$(k_\perp a)(k_\parallel a)$$

磁力線に沿った電流(トロイダル方向)が大きいほど不安定。

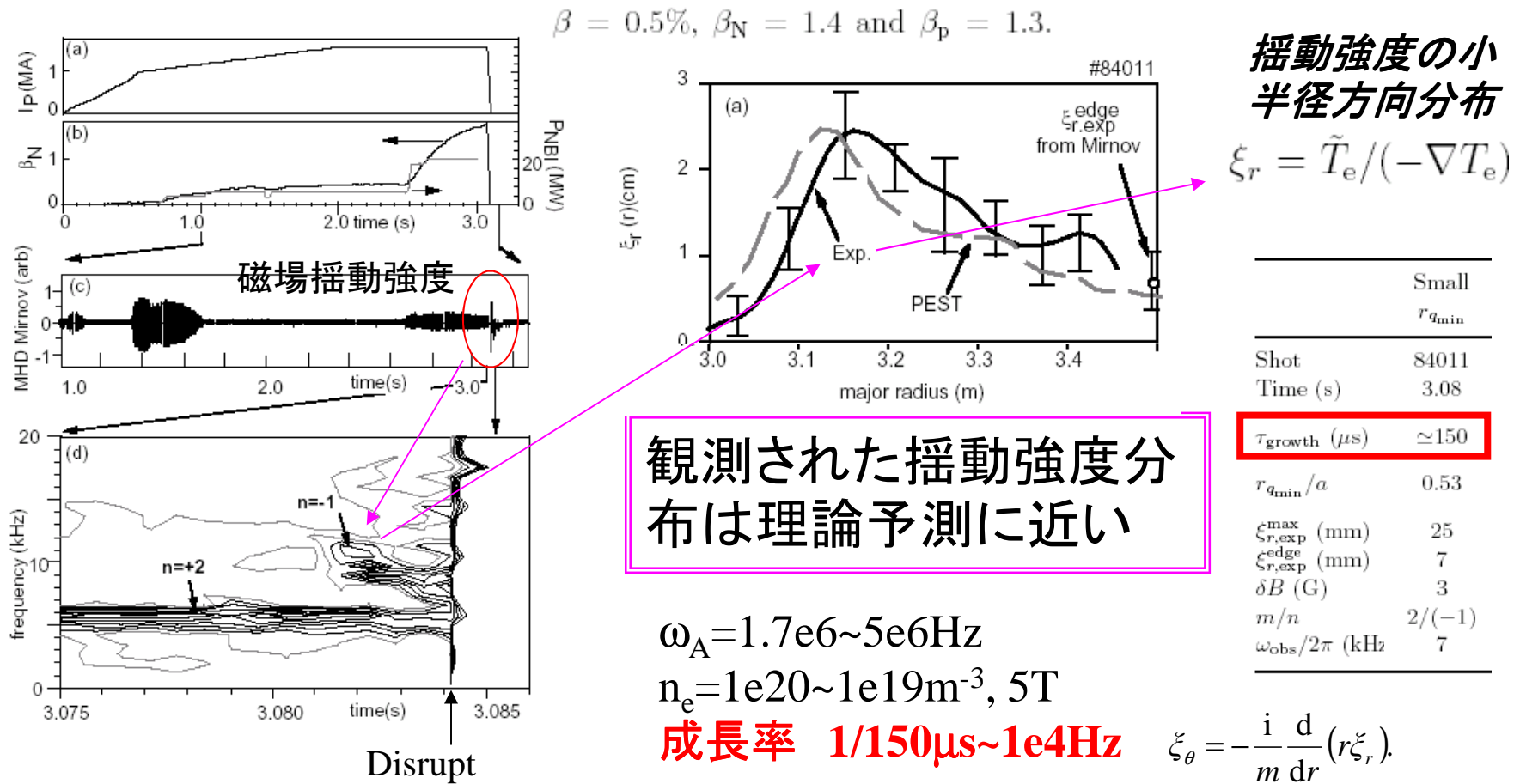
圧力駆動不安定化

$$(k_\perp a)^2$$

$$k_\perp a \gg 1$$

=> モードが小半径方向に局在化するほど、圧力駆動不安定性は不安定。

キंक不安定性の観測例 ---TFTR(Tokamak Test Fusion Reactor;米国)---



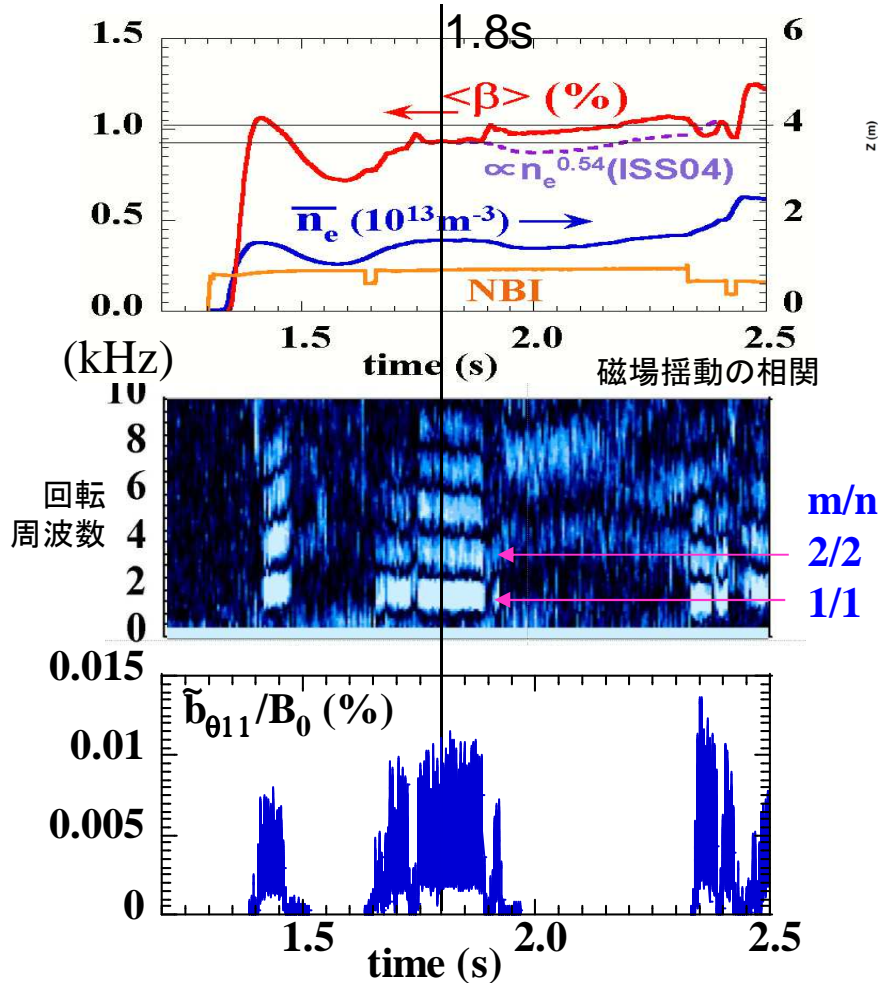
成長率の観測値はキंक不安定性の理論予測より数10倍遅い

150 μs でプラズマが消滅

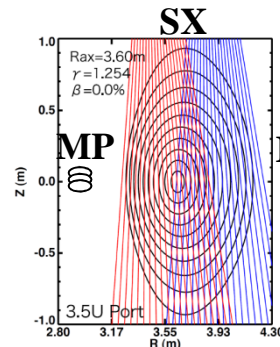
抵抗性交換型MHD不安定性の観測例

--- LHD; 揺動の強度分布とプラズマ閉じ込めへの影響 ---

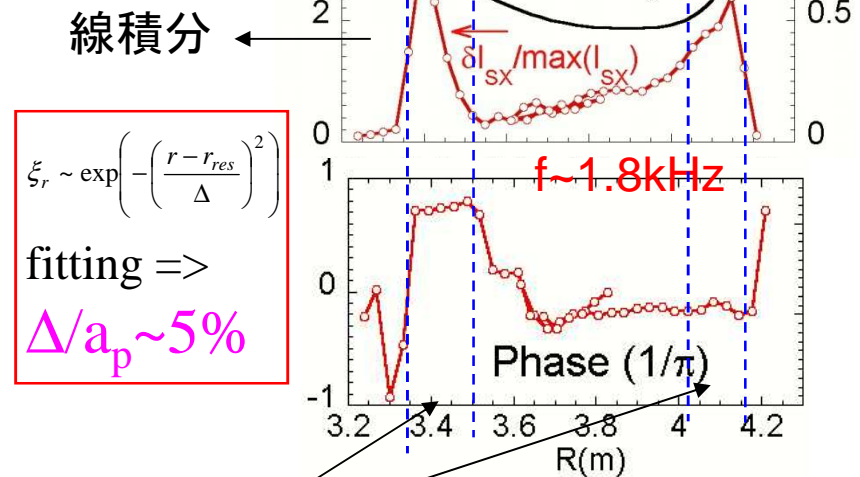
92000, R_{ax}^V 3.75m, 0.9T



外部の磁気計測器(MP)で観測された磁場揺動強度



SX(軟X線)により観測された揺動分布 $t=1.8s$



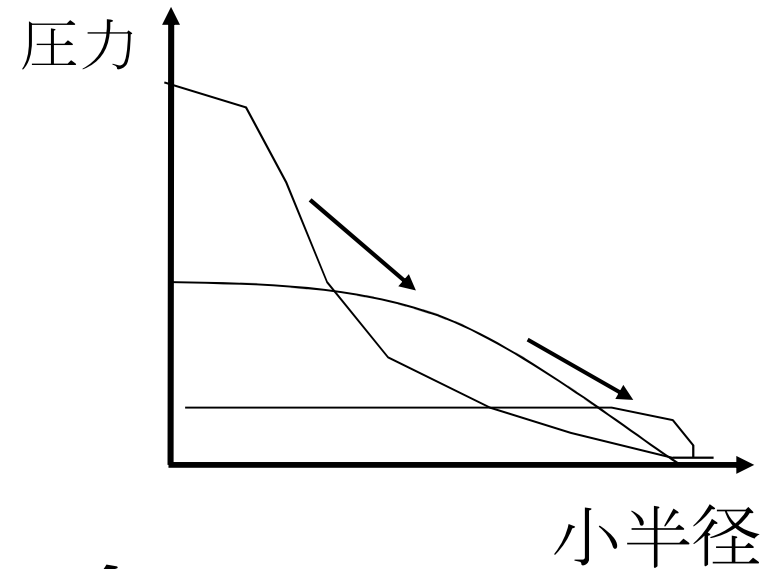
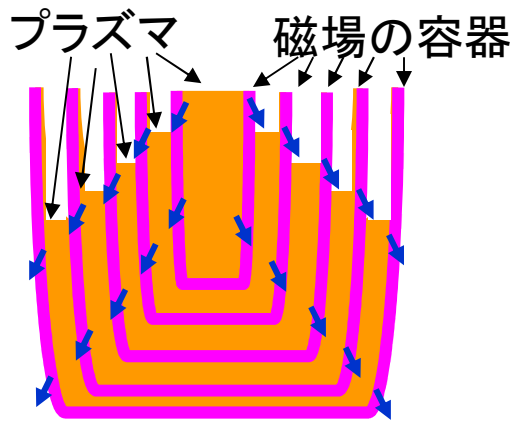
$$\xi_r \sim \exp\left(-\left(\frac{r-r_{res}}{\Delta}\right)^2\right)$$

fitting =>

$\Delta/a_p \sim 5\%$

位相の反転面無し(磁気島無し) =>
抵抗性交換型不安定性の理論予測に類似

ベータ値を5%程度劣化



輸送現象

粒子源・熱源なしに容器からプラズマがなくなるのにかかる時間は？

輸送研究；
磁場の容器の「すきま」からプラズマが漏れ出る機構の研究

核融合発電を起こすために必要なプラズマの条件は？

プラズマ境界からの熱伝導や対流損失;

$$P_L = \text{プラズマ蓄積エネルギー} / \text{閉込め時間}(\tau)$$

$$\sim \text{粒子数} * \text{温度} / \text{閉込め時間}(\tau)$$

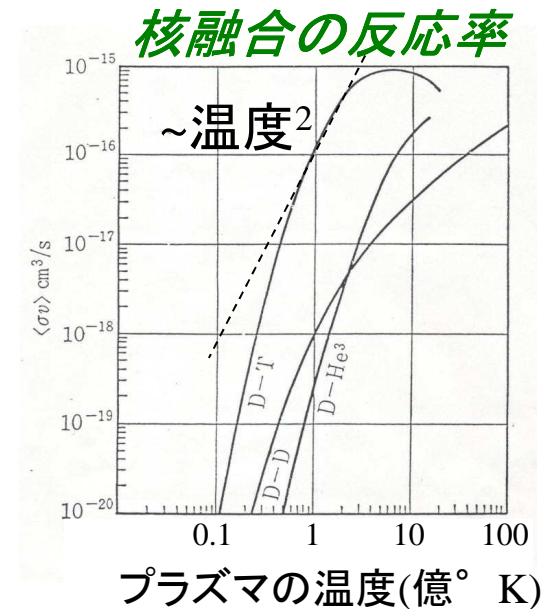
プラズマ中からの輻射損失;

$$P_R \sim \text{制動輻射エネルギー} \sim \text{粒子数}^2 * \text{温度}^{1/2}$$

核融合出力;

$$P_F = \text{燃料粒子数}^2 * \text{反応率} * \text{反応エネルギー}$$

$$\sim \text{粒子数}^2 * \text{温度}^2$$



総熱出力; $P_F + P_L + P_R$ の η 倍が電気出力に変換し、プラズマに再入力できるとすると、核融合反応が維持できる条件は、

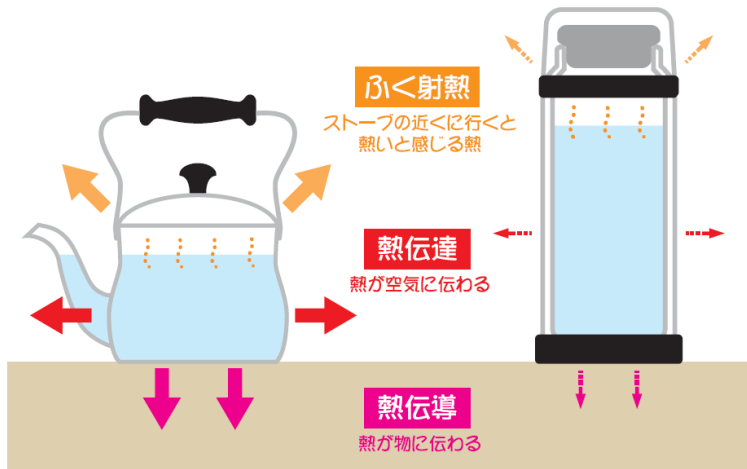
$$\eta * (P_F + P_L + P_R) > P_L + P_R \Rightarrow P_F > (1/\eta - 1) * (P_L + P_R); \text{ローソン条件}$$

温度が高くて、 τ が大きく、粒子数が多いほど良

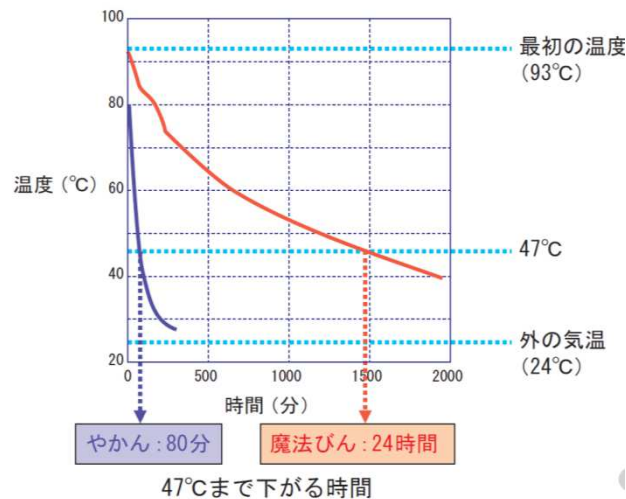
$$P_L \gg P_R \text{ の時、 } (nT)^2 V > k(nTV/\tau) \Rightarrow n\tau T > k$$

核融合反応を連続して維持するには、プラズマを高温・高密度に維持する必要あり
 $\Rightarrow P_L, P_R$ は、核融合出力の一部で賄われる必要あり。

閉じ込め時間とは?? ; プラズマの冷え難さの目安



右図で、魔法びんのお湯の方が冷え難い
=> 熱いお湯を維持するのに必要なエネルギーが少なくて済む



核融合反応には、高い温度が必要


「長い閉じ込め時間」

=>

少ないエネルギーで大きな核融合反応エネルギーを取り出せる

「閉じ込め時間」と「維持時間」の違いは何??

維持時間

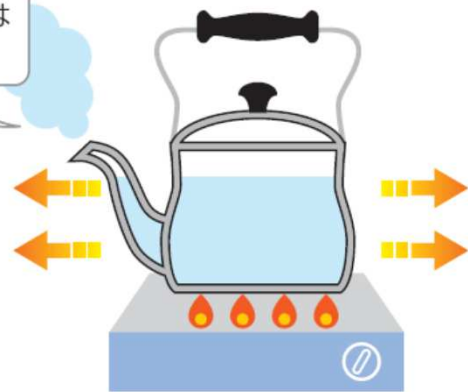


温め続けることによって、一定の温度を維持できる。
どのぐらいの時間、一定の温度を維持できるかを表すのが「**維持時間**」。

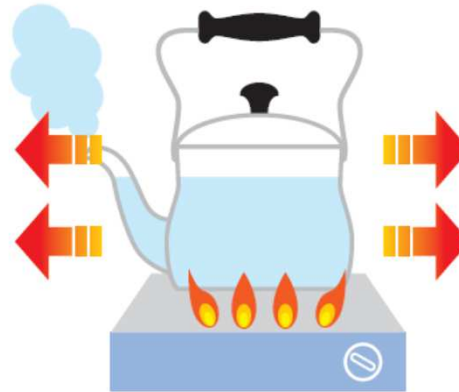
保温性の高い（閉じ込めの良い）素材で出来たやかんでは、加えるエネルギー（火力）は少なくてよい

閉じ込め時間とは?? ; プラズマの冷え難さの目安

弱火でも高温を維持できる
(省エネルギー)



強火でないと高温が維持できない
(エネルギー効率が悪い)



「やかん」の工学特性(壊れ難さなど)を確認するには、長い持続時間が必要

LHDの目指すもの

=>

省エネ(長い閉じ込め時間)で長い持続時間

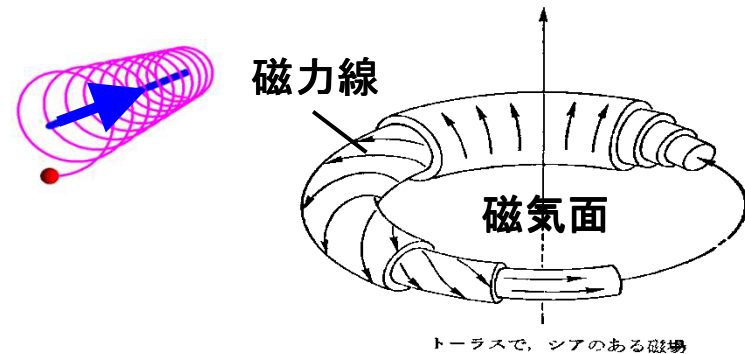
XXXX

=> 長い持続時間を持つが、非効率

粒子の損失機構

核融合炉心プラズマからの粒子、熱の損失機構として、拡散、伝導、移送、輻射を挙げることができる。ここでは、粒子の損失機構を考えてみる。

粒子の損失機構には、「**流れによる粒子の輸送**」、「**拡散**」がある。



流れによる粒子の輸送:

流れが存在すると、粒子は流れに沿って輸送される。

$$\text{粒子束} = \text{密度} \times \text{流体の速度} \quad [\Gamma = nu]$$

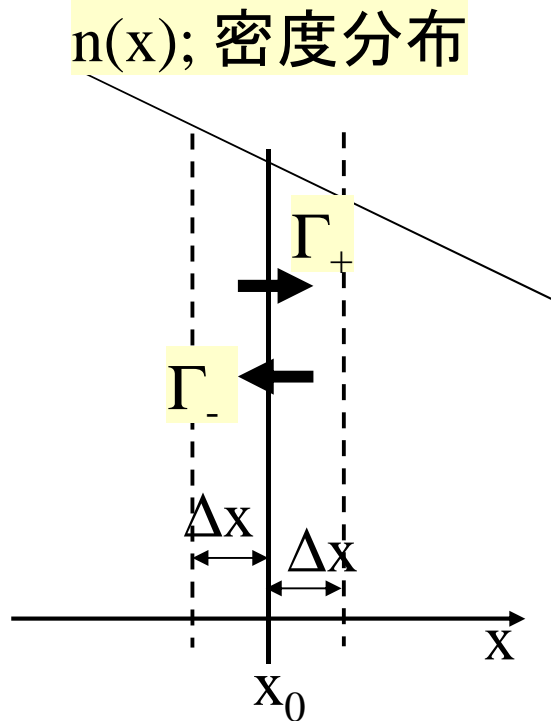
粒子束: ある面を横切って単位時間当たり輸送される粒子数

拡散:

流れが存在しなくても密度勾配があれば、**衝突により密度高から低へ粒子が輸送される。**

$$\text{粒子束} = \text{拡散係数} \times (-\text{勾配}) \quad [\Gamma = Dx(-dn/dr)]$$

拡散による粒子輸送



拡散が起こる時の現象の**典型的な衝突時間を Δt** , 1回の衝突により、粒子が移動する**典型的なステップサイズを、 Δx** とする (1次元方向の運動のみを行うと仮定)。

面 x_0 を典型的な衝突時間内に左から右に移動する粒子数は、 x_0 の面積を S として

$$N_+ = \frac{S}{2} \times \int_{x_0 - \Delta x}^{x_0} n(x) dx$$

したがって、粒子束 Γ_+ は

$$\Gamma_+ \equiv \frac{N_+}{S \cdot \Delta t} = \frac{1}{2\Delta t} \int_{x_0 - \Delta x}^{x_0} n(x) dx$$

同様に、面 x_0 を右から左への粒子束は

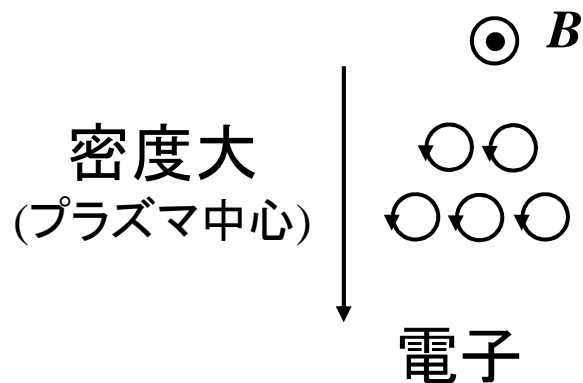
$$\Gamma_- = \frac{1}{2\Delta t} \int_{x_0}^{x_0 + \Delta x} n(x) dx$$

$$\therefore \Gamma = \Gamma_+ - \Gamma_- = -\frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t} \frac{dn(x)}{dx}, \quad \text{拡散係数} = -\frac{(\Delta x)^2}{2\Delta t}$$

粒子束は拡散係数 \times 勾配。拡散係数はステップサイズの2乗 \div 時間

$$n(x_0 + \Delta x) = n(x_0) + \Delta x \frac{dn}{dx} \text{に注意}$$

古典拡散



$$r_{Bi,e} = (m_{i,e} T_{i,e} / q_{i,e}^2 B^2)^{0.5}$$

(i; イオン, e; 電子)

1keV, 5T, $10^{20} m^{-3}$ で

$$r_{Bi} \sim 0.6 mm, r_{Be} \sim 0.015 mm$$

$$v_{ii} \sim 5 \times 10^4 (s^{-1})$$

$$v_{ei} \sim 2 \times 10^6 (s^{-1}) \sim v_{ee}$$

一様磁場中のプラズマは、「ラーマ(回転)運動」をしながらクーロン衝突によりその位置を移動 \Rightarrow 密度の勾配(偏り)があると密度の低いほうへ移動 \Rightarrow 古典拡散

特徴的な衝突は、

イオンの場合、イオン同士の衝突

電子の場合、電子同士またはイオンとの衝突

特徴的な衝突による移動距離は、

ラーマ半径(イオン)

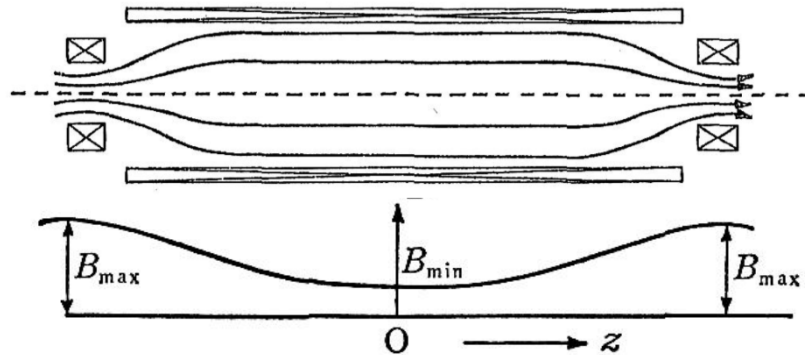
\Rightarrow 古典拡散の拡散係数; $r_{Bi}^2 v_{ii}$ (イオン), $r_{Be}^2 v_{ei}$ (電子)

イオンの拡散係数は電子の約40倍
質量比の0.5乗

粒子束 = 拡散係数 \times (-勾配)

補 磁場に強弱がある時の荷電粒子の運動

磁場強度に強弱がある時の荷電粒子の運動



電場がゼロで磁場がゆっくり変化している場の荷電粒子は、運動エネルギーの他に磁気モーメントが保存する。

$$\frac{mv_{\parallel}^2}{2} = E - \mu_m B \text{ より}$$

$E < \mu_m B_{\max}$ の粒子は $B = B_{\max}$ の領域に到達できない。

$$\Rightarrow \frac{mv_{\parallel 0}^2}{2} + \frac{mv_{\perp 0}^2}{2} < \frac{mv_{\perp 0}^2}{2} \frac{B_{\max}}{B_{\min}}$$

$$\Rightarrow z=0 \text{ で、} \left| \frac{v_{\parallel 0}}{v_{\perp 0}} \right| < \sqrt{\frac{B_{\max}}{B_{\min}} - 1} \text{ の荷電粒子は}$$

$B = B_{\max}$ の領域に到達する前に磁場の弱い方へ反射される。

\Rightarrow 捕捉粒子と呼ばれる粒子が存在する。

μ_m の保存 ($\left| \frac{1}{\Omega} \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial t} \right| \ll 1$ の時)

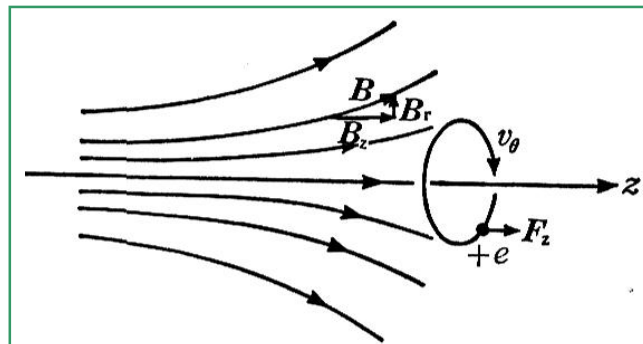
$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = q(\mathbf{E} + \mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m\mathbf{v}_{\perp}^2}{2} \right) = q\mathbf{v}_{\perp} \cdot \mathbf{E}$$

$$\Delta W_{\perp} = \int q\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}_{\perp} dt = \int q\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int q(\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{n} dS = q \int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{n} dS$$

$$\sim q \frac{\partial}{\partial t} \int \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS \sim q \frac{\partial B}{\partial t} \pi \rho_B^2 = \frac{2\pi}{\Omega} \frac{\partial B}{\partial t} \frac{q\Omega \rho_B^2}{2} \sim \Delta B \frac{W_{\perp}}{B}$$

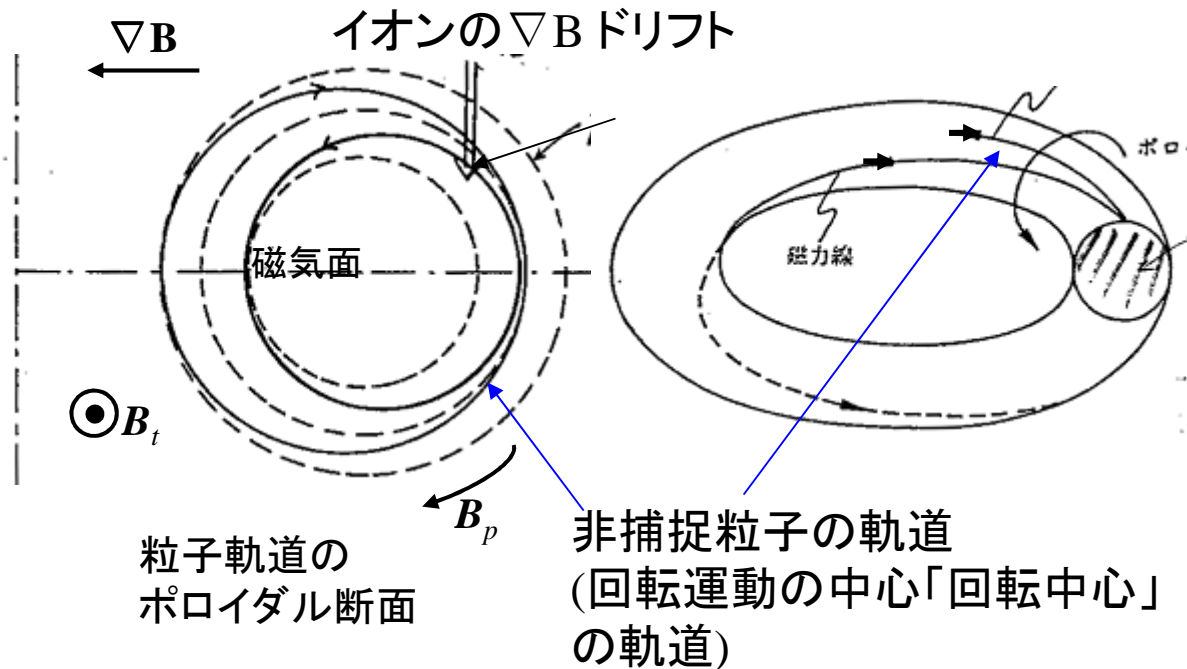
$$\frac{\Delta W_{\perp}}{\Delta B} = \frac{W_{\perp}}{B} \Rightarrow \mu_m \equiv \frac{W_{\perp}}{B} = \text{const.}$$



磁場に強弱があると、磁場弱い方向に凸に磁力線が曲がる。

図中で B_r 成分が発生。この磁場と荷電粒子の運動方向から、磁場の弱い方向に力を受ける

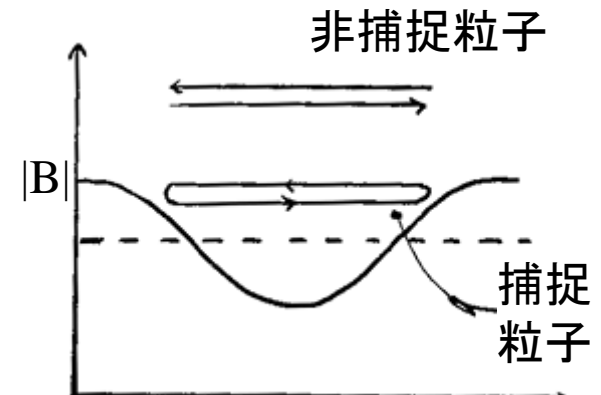
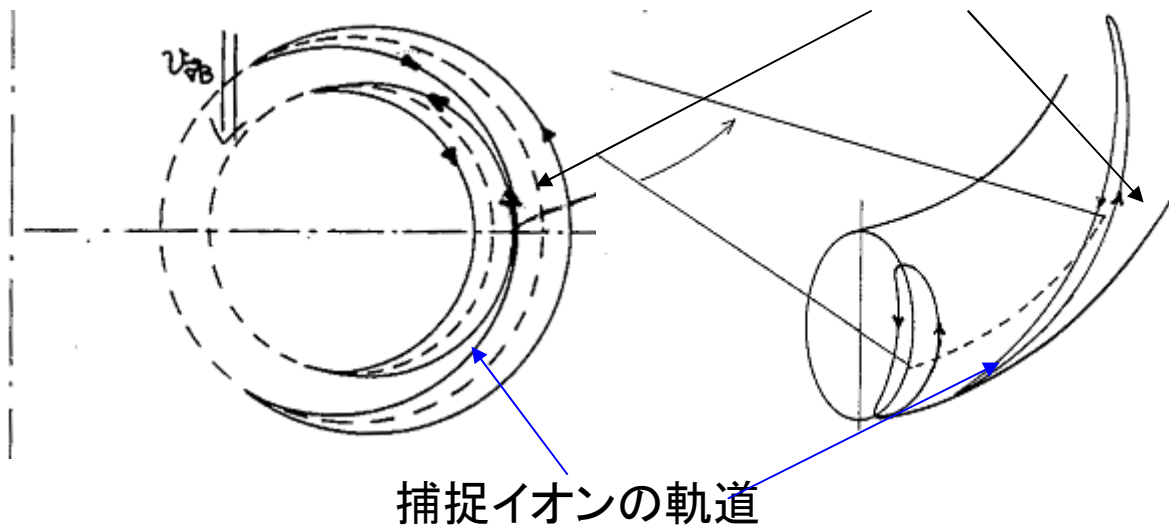
補いねりのある環状磁場中(トカマクプラズマ)の粒子の運動



荷電粒子は基本的には磁力線に巻きつきながら(磁力線に沿って磁気面上を)運動するが、磁場強度が変化すると、磁気面からずれて運動する。

=>

磁力線方向の速度小さいとドーナッツをぐるぐる回れなくなる(捕捉粒子)。



磁力線の距離

補

新古典拡散(フィルシュ・シュルター[PS]領域)

磁場が空間的に非一様中のプラズマのクーロン衝突による拡散

=> 新古典拡散と呼ぶ

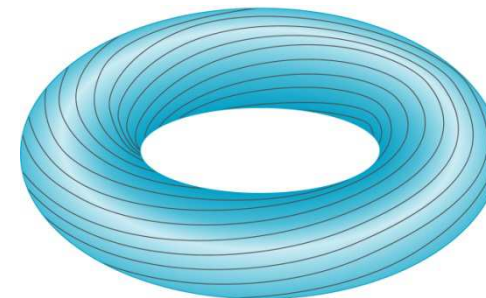
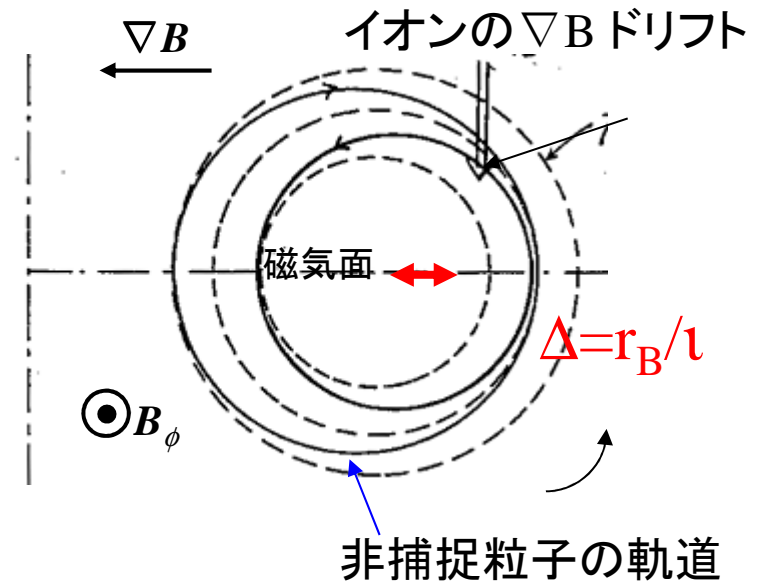
特徴的な衝突周波数は、
イオンの場合、イオン同士の衝突
電子の場合、電子同士またはイオン
との衝突

特徴的な衝突による移動距離は、
非捕捉粒子の磁気面からのズレ

=> 拡散係数;

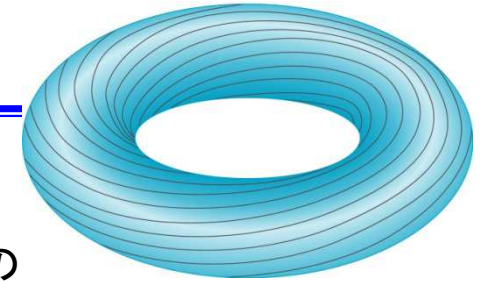
$$D_{ps} \sim (r_{Bi}/l)^2 v_{ii} \text{ (イオン)}$$
$$(r_{Be}/l)^2 v_{ei} \text{ (電子)}$$

粒子束=拡散係数x(-勾配)



補

新古典拡散(バナナ領域)



衝突が少ないと何回も捕捉軌道を描くことができる粒子が増える。

考えているような振る舞い(捕捉粒子)の粒子の割合は、

$$f = \epsilon_t^{0.5}$$

特徴的な衝突周波数は、

クーロン衝突により速度分布が変わり、捕捉状態から、非捕捉状態に移る時間

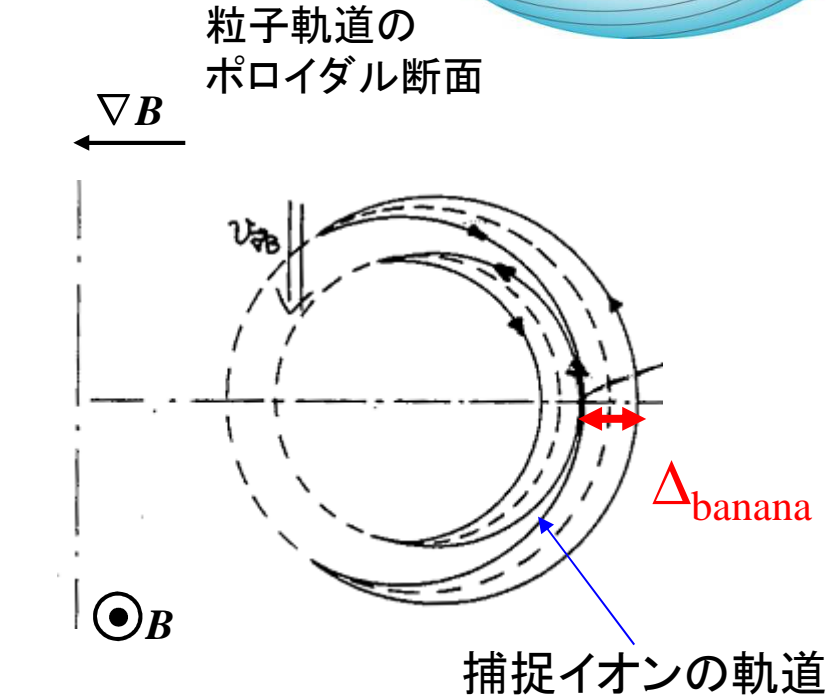
$$\nu_{\text{eff}}^{-1} = (\nu_{ei}/f^2)^{-1}$$

特徴的な衝突による移動距離は、

$$\text{バナナ幅 } \Delta_b$$

=> **拡散係数;**

$$D_{\text{banana}} \sim \frac{mv_{\perp}}{qB} \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} \frac{B}{B_p} \sim \epsilon_t^{-1.5} \left(\frac{r_{Bi}}{l} \right)^2 v_{ii}$$



$$\Delta_{\text{banana}} \sim \frac{mv_{\perp}}{qB} \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} \frac{B}{B_p} \sim \frac{1}{l} \epsilon_t^{-0.5} r_B$$

$D_{\text{banana}}/D_{ps} \sim \epsilon_t^{-1.5} \gg 1$ バナナ拡散はPS拡散と温度、密度依存性は同じで絶対値が大きい 57

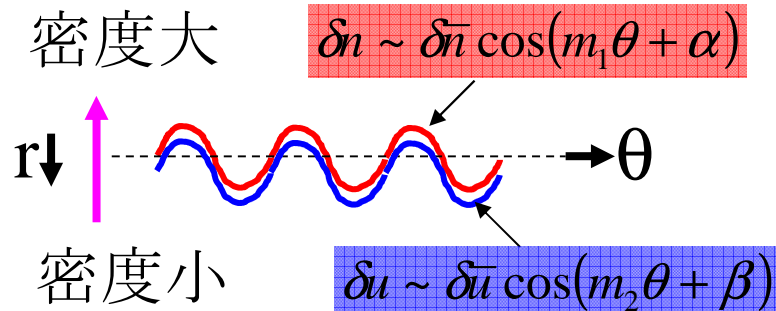
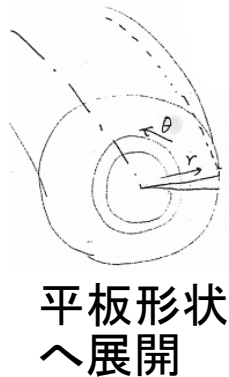
乱流による粒子の輸送

流れによる粒子の輸送の一種に乱流による輸送がある。「異常輸送」の主要な原因と考えられている。

乱流による粒子の輸送;

平均すると流れは存在しなくても、揺動成分があり、密度揺動成分と速度の揺動成分の位相が一致すると、粒子の輸送が生じる。

$$\langle \delta n \rangle = 0, \langle \delta u \rangle = 0 \not\Rightarrow \langle \delta n \delta u \rangle \neq 0 \quad \langle \rangle \text{ある面に渡った平均}$$



$$\int \delta n \delta u d\theta = \delta \bar{n} \delta \bar{u} \int \cos(m_1 \theta + \alpha) \cos(m_2 \theta + \beta) d\theta \sim \delta \bar{n} \delta \bar{u}$$

波長と位相が一致すると平均して $\neq 0$

乱流; いろいろな波長と位相の揺動が混在している状態

乱流による粒子の輸送 (続き)

核融合実験プラズマ中の主な速度揺動は、電場と関連。

=> $E \times B$ ドリフトによる流れ $u \sim E_{\text{pol}}/B_{\text{tor}}$

=> 粒子束 $\sim \langle \delta n \delta E_{\text{pol}} \rangle / B_{\text{tor}}$

密度揺動、電場揺動の原因

各種不安定性が、乱流揺動の原因。

例; イオン温度勾配不安定性、ドリフト波不安定性、MHD不安定性など。

代表的な乱流輸送による粒子束のモデル表式
ボーム(B)型、ジャイロボーム(GB)型

$$\Gamma_B \sim -\frac{T}{B} \frac{dn}{dr}, \quad \Gamma_{GB} \sim -\frac{T}{B} \frac{r_{Bi}}{a} \frac{dn}{dr}$$

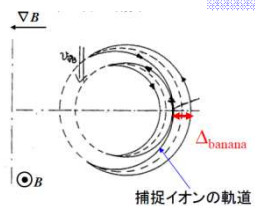
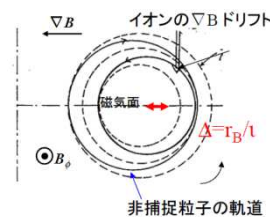
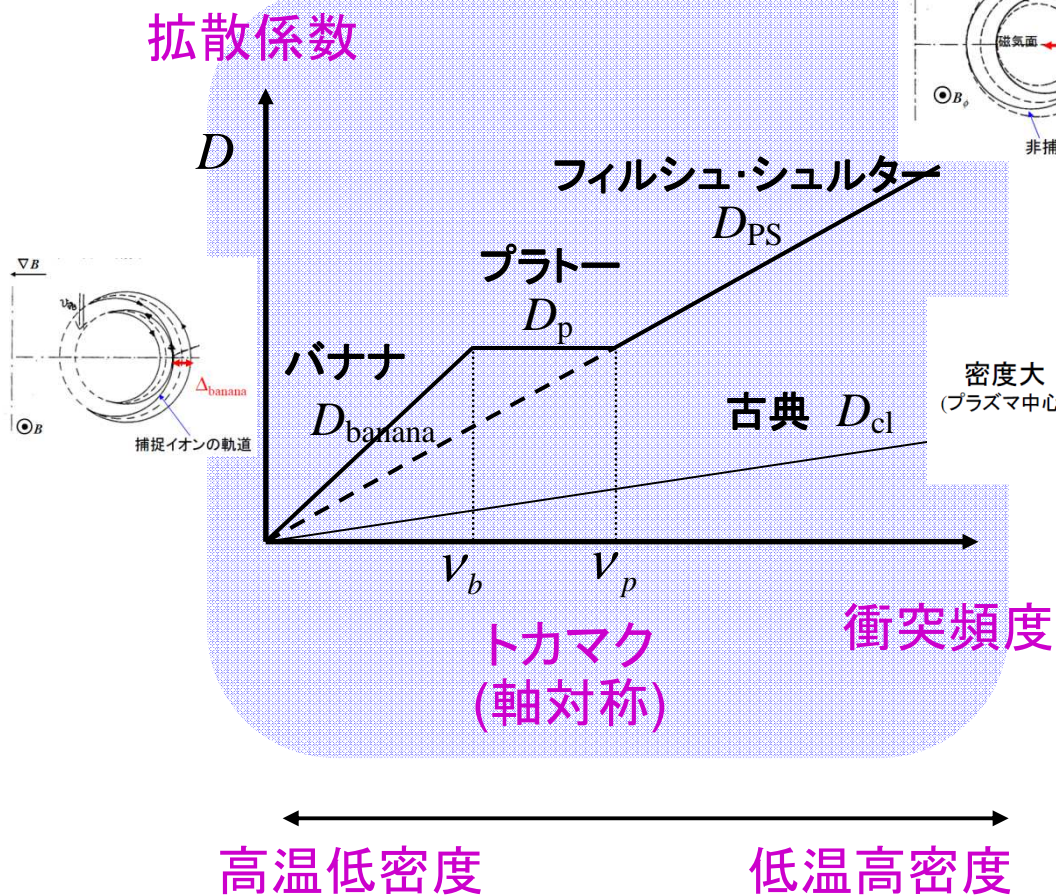
環状磁場プラズマの輸送特性

粒子束 = 拡散係数 × (-勾配)

$$D_{banana} \sim \epsilon_t^{-1.5} \iota^{-2} D_{cl}$$

$$D_{PS} \sim \iota^{-2} D_{cl}$$

$$\epsilon_t^{-1.5} \sim 3^{-1.5} \sim 5.2, \quad \iota^{-2} \sim 3^{-2} \sim 9$$



$$D_{cl} \sim r_{Bi}^2 v_{ii} \sim \frac{n}{T^{0.5} B^2}$$

$$D_B \sim \frac{T}{B}$$

$$D_{GB} \sim \frac{T^{1.5}}{a B^2}$$

温度依存性の違いに注意!!

環状磁場プラズマの輸送特性 (続き)

エネルギー保存則より **q: 熱流束、P: 加熱パワー**

熱伝導度~拡散係数D

$$\frac{3}{2} \frac{\partial}{\partial t} (nT) \sim -\nabla \cdot \mathbf{q} + P \quad \text{拡散で熱が逃げるとすると} \quad \left[q \equiv -n\chi \frac{\partial T}{\partial r} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{\partial W_p}{\partial t} = \frac{2\chi}{3a^2} W_p + Q \quad \left[Q = \int P dV, W_p = \int \frac{3}{2} nT dV, q_r|_{r=a} S \sim -\chi \frac{\langle nT \rangle V}{-a} \frac{S}{V} = \frac{2\chi}{3a^2} W_p \right]$$

$\tau = a^2/\chi$ と書くと、

$$\frac{\partial W_p}{\partial t} = \frac{W_p}{\tau} + Q \quad W_p/\tau \text{ は熱損失。}$$

熱伝導度(熱損失率)が一定だと、閉じ込め性能(時間)は小半径の2乗で改善

補

環状磁場プラズマの輸送特性 (続き)


$$\chi_{banana} \sim (R/a)^{1.5} T^{-0.5} B^{-2} n^1 \sim n^1 T^{-0.5} B^{-2} a^{-1.5} R^{1.5}$$

$$\chi_B \sim T^1 B^{-1} \sim T^1 B^{-1}$$

$$\chi_{GB} \sim a^{-1} T^{1.5} B^{-2} \sim a^{-1} T^{1.5} B^{-2}$$

核融合の発電条件

$$(nT)^2 V > k(nTV\chi/a^2)$$


$$nT > k(\chi/a^2)$$

バナナ型

$$nT > k(n^1 T^{-0.5} B^{-2} a^{-1.5} R^{1.5} / a^2) \sim kn^1 T^{-0.5} B^{-2} a^{-3.5} R^{1.5}$$

$$\Rightarrow T^{1.5} B^2 a^{3.5} R^{-1.5} > 1/k$$

ボーム型

$$nT > k(T^1 B^{-1} / a^2) \sim kT^1 B^{-1} a^{-2}$$

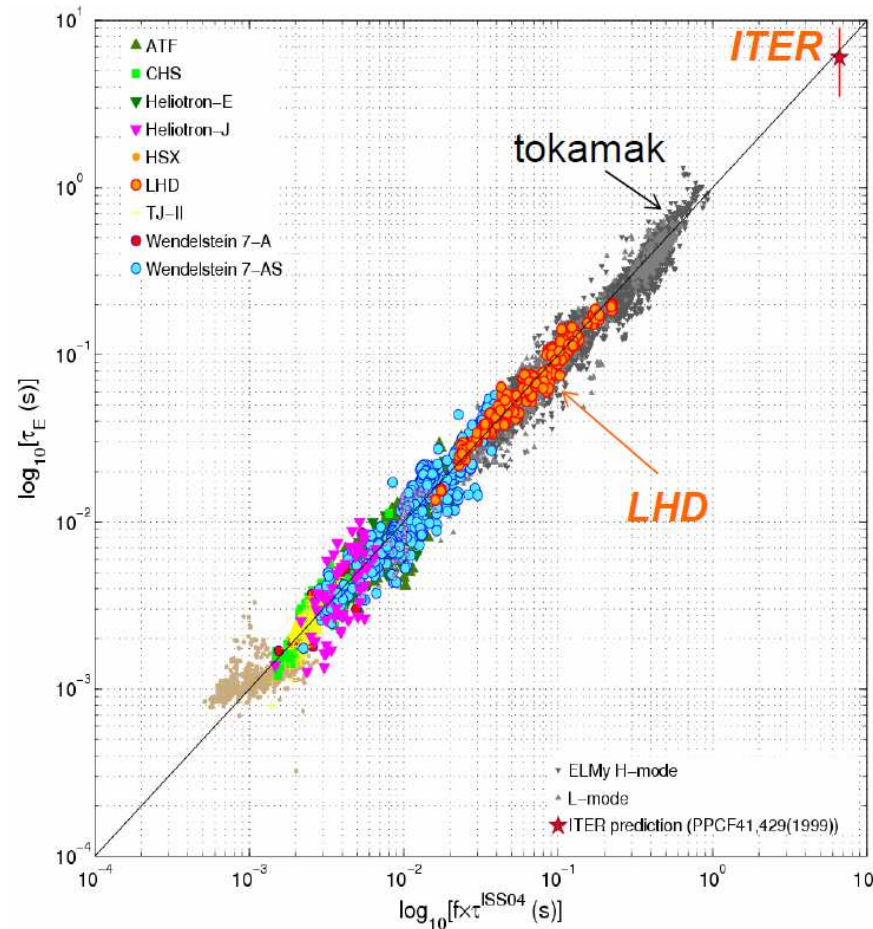
$$\Rightarrow n^1 B^1 a^2 > 1/k$$

ジャイロボーム型

$$nT > k(a^{-1} T^{1.5} B^{-2} / a^2) \sim kT^{1.5} B^{-2} a^{-3}$$

$$\Rightarrow n^1 T^{-0.5} B^2 a^3 > 1/k$$

環状磁場プラズマの輸送特性 (更に続き)



乱流輸送の物理機構の解明とともに、実験に基づく半実験式を構築し、それを使って将来の核融合プラズマを予見

$$\tau_{ISS04} \sim n^{0.54} P^{-0.61} B^{0.84} a^{2.28} R^{0.64}$$

ヘリカル型実験装置による閉じ込め時間の半実験則

$$\tau_{GB} \sim n^{0.6} P^{-0.6} B^{0.8} a^2 R^{0.6}$$

まとめ

閉じ込め特性の指標である
「MHD平衡」、「MHD安定性」、「輸送」特性
に関する基礎を概説した。